

Optimizare cu colonii de furnici¹



Catalin Stoean

catalin.stoean@inf.ucv.ro

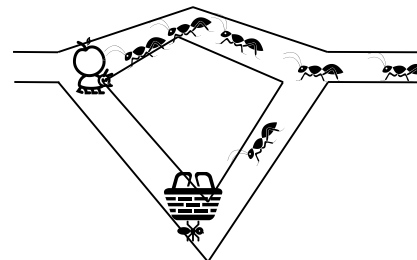
<http://inf.ucv.ro/~cstoean>

¹*Evolutie si inteligenta artificiala. Paradigme moderne si aplicatii, R. Stoean, C. Stoean*



Inspiratia din natura

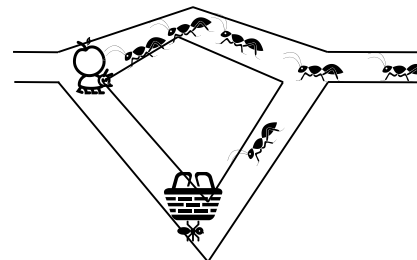
- Metoda este inspirată din comportamentul furnicilor adevărate, relativ la componenta de căutare a hranei.
 - Observatiile au fost facute în urma unui experiment cu o colonie de *Iridomyrmex humilis*.
- Furnicile au avut acces la hrana printr-un drum cu doua ramuri de lungimi diferite care pleca de la propriul cuib.
- S-a observat ca toate furnicile au tins sa mearga pe drumul cel mai scurt.





Inspiratia din natura

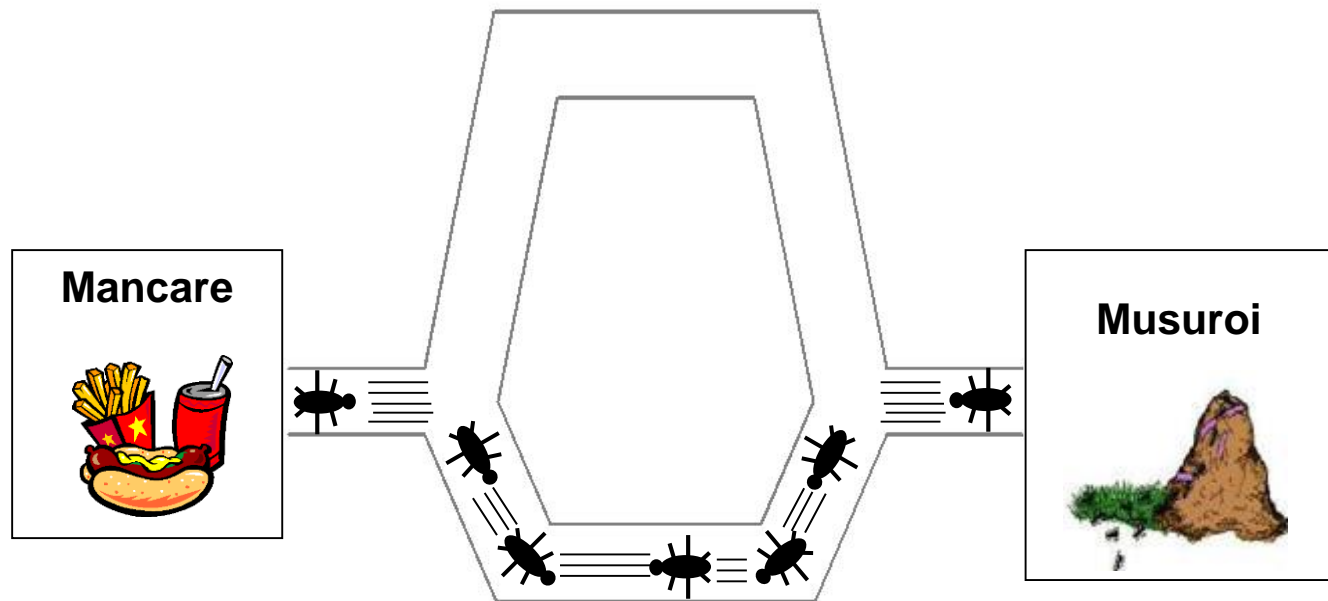
- Prin observarea comportamentului furnicilor, cercetatorii au inceput sa inteleaga mijloacele lor de a comunica.
- În timp ce se deplasează, acestea depun o substanță numită **feromon** pentru a comunica între ele pentru gasirea celei mai scurte rute.





Inspiratia din natura

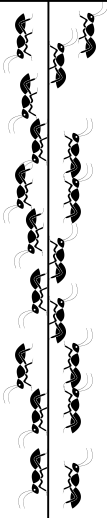
- Cu cat sunt mai multe furnici care urmeaza aceeaasi cale, cu atat acea cale devine mai atractiva.





Comportamentul furnicilor

Mancare



Musuroi



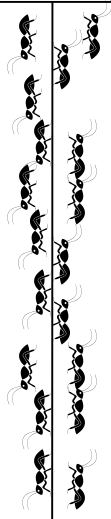


Comportamentul furnicilor

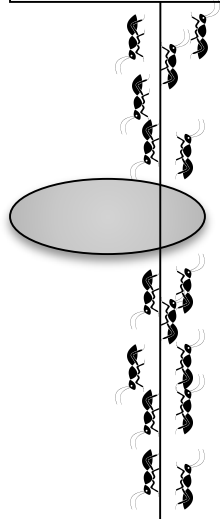
Mancare



Mancare



Musuroi



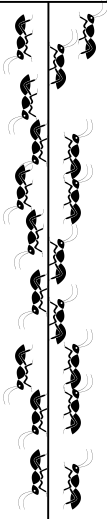
Musuroi





Comportamentul furnicilor

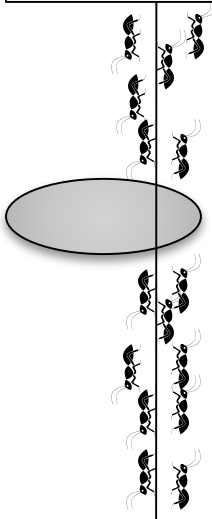
Mancare



Musuroi



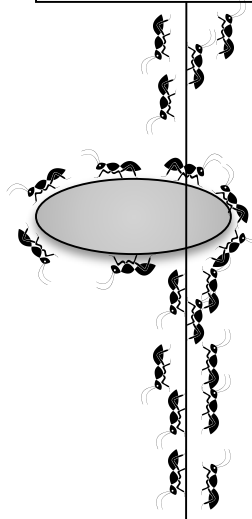
Mancare



Musuroi



Mancare



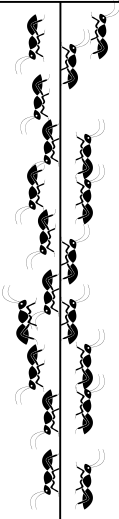
Musuroi





Comportamentul furnicilor

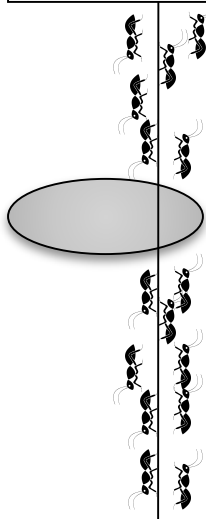
Mancare



Musuroi



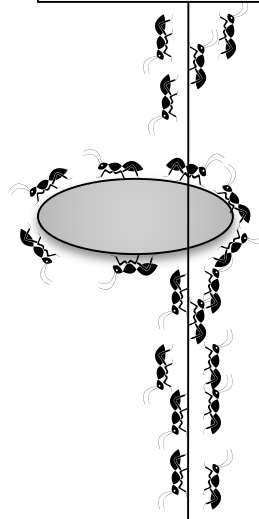
Mancare



Musuroi



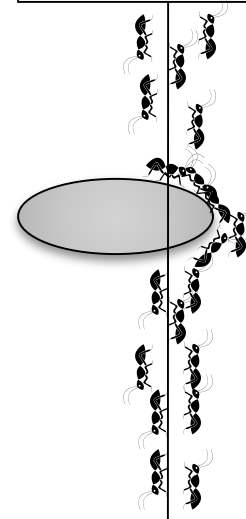
Mancare



Musuroi



Mancare



Musuroi



Selectarea rutei



- Furnicile navigheaza *orbeste* de la musuroiul propriu catre sursa de mancare.
- Cand apare obstacolul, trebuie sa decida daca sa mearga la stanga sau la dreapta, iar alegerea se face in mod aleatoriu.
- Acumularea de feromon este insa mai rapida pe drumul mai scurt.
- Diferenta de cantitate de feromon creata in timp intre cele doua drumuri determina furnicile sa aleaga calea mai scurta.



Selectarea rutei



- In concluzie, cea mai scurta cale este descoperita prin urmele de feromon:
 - Fiecare furnica se deplaseaza initial la intamplare
 - Depoziteaza feromon pe calea urmata
 - Furnicile determina apoi calea cea mai urmata si tind sa o urmeze tot pe aceasta
 - Mai mult feromon pe un drum maresta probabilitatea ca acel drum sa fie urmat.



Sistemul artificial

- Furnicile artificiale formeaza un sistem multiagent care indeplineste functiile observate la sistemul furnicilor reale.
- Sistemul artificial se bazeaza pe cooperarea unui grup de furnici artificiale pentru a obtine o solutie buna pentru problema considerata.
- Furnicile artificiale reprezinta **mutanti** ai furnicilor adevarate.
- Cea mai scurta ruta determinata de agenti reprezinta o solutie a problemei.
- Sistemul presupune o tranzitie probabilista intre stari (sau noduri ale grafului).



Sistemul artificial

- Fiecare furnică artificială trebuie să găsească cel mai scurt drum între un nod sursă și un nod destinație în graful sub forma căruia se reprezintă problema.
- O furnică va construi soluția problemei prin mutări succesive dintr-un nod (o stare a problemei) în altul.
- Fiecare arc (i, j) al grafului are asociată o variabilă τ_{ij} care codifică *urma de feromon* asociată.
 - Cantitatea de feromon de pe un arc va reprezenta utilitatea pe care o acordă furnicile utilizării aceluia arc în construirea unei soluții.
 - La început, toate arcele au o cantitate inițială egală de feromon notată cu τ_0 .



Sistemul artificial

- Furnica curentă (aflată în nodul i) va hotărî următoarea mutare (nodul j aflat la un arc distanță) în mod probabilistic, bazându-se pe valoarea τ_{ij} .

- Ca și în natură, avem un fenomen de evaporare a feromonului:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \tau_{ij}$$

- unde ρ din $(0, 1)$ este coeficientul de evaporare a feromonului și este un parametru a cărui valoare se stabilește de către noi.
- Furnicile pornesc fiecare dintr-un nod al problemei, se mișcă simultan prin diverse stări, iar când fiecare a terminat de construit o soluție (au ajuns la destinație) spunem că a trecut o generație.



Sistemul artificial – imbunatatiri fata de sistemul natural 1/4

- Furnicile posedă o memorie, numită *lista tabu*, care contine toti pasii (starile, nodurile) care au fost parcursi pana la momentul curent.
- Ca si in natura, furnicile artificiale se intorc de la sursa de hrana la musuroi
 - Pentru a *gasi* drumul, se foloseste lista tabu.
- Lista tabu este folosita si pentru a evita trecerea unei furnici printr-o stare pe care a vizitat-o anterior.



Sistemul artificial – imbunatatiri fata de sistemul natural 2/4

- In plus, se utilizeaza o functie euristica η_{ij} care se refera la arcul (i, j) .
 - De cele mai multe ori, $\eta_{ij} = 1 / d(i, j)$.
- Intreaga colonie de furnici dispune de o tabela de rutare a furnicilor care se construieste treptat dupa formula:

$$a_{ij} \leftarrow \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{l, \exists(i, l) \text{ sau } (l, i)} [\tau_{il}]^\alpha [\eta_{il}]^\beta}, \forall j, \exists(i, j) \text{ sau } (j, i)$$

- unde α si β sunt doi parametri care controlează raportul importanței dintre urmele de feromoni și valorile euristice.



Sistemul artificial – imbunatatiri fata de sistemul natural 3/4

- Daca $\alpha = 0$ avem exploatare (algoritm Greedy)
- Daca $\beta = 0$ avem explorare => intensitatea feromonului va fi singurul atribut de decizie.
- Trebuie gasite valori echilibrate pentru ambele pentru a imbina exploatarea cu explorarea spatiului solutiilor.
- Probabilitatea cu care o furnică aflată în nodul i alege nodul j ca următoare mutare se calculează conform formulei

$$p_{ij} \leftarrow \frac{[\tau_{ij}]^{\alpha} [\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{l, \exists(i, l) \text{ sau } (l, i), \text{ fezabil}} [\tau_{il}]^{\alpha} [\eta_{il}]^{\beta}}, \forall j, \exists(i, j) \text{ sau } (j, i)$$



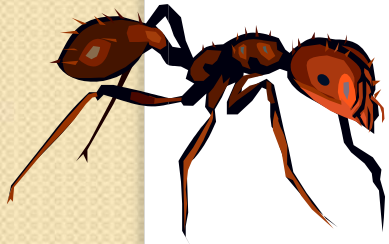
Sistemul artificial – imbunatatiri fata de sistemul natural 4/4

- Odată ce a construit o soluție, fiecare furnica parcurge drumul înapoi până la nodul sursă și depune feromon **pe fiecare arc care constituie soluția** respectivă proporțional cu **calitatea soluției** generate de aceasta.

$$\tau_{ij} \leftarrow \tau_{ij} + \frac{1}{\text{cost}(\text{tabu}_k)}, \forall (i, j) \in \text{tabu}_k$$



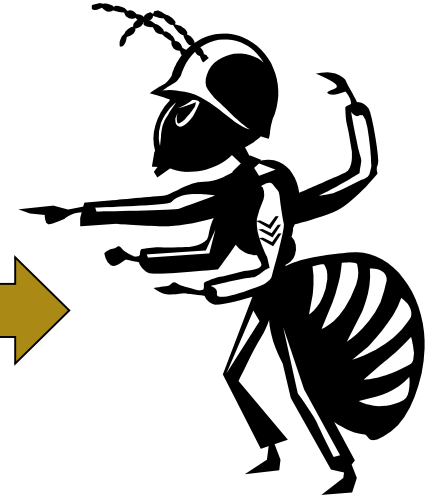
Furnica reala vs. furnica artificiala



Furnica reala



- Memoria tabu
- Calitatea solutiei
- Momentul in care se depune feromon
- Estimarea distantei



Furnica artificiala



Algoritm colonii de furnici

cât timp (criteriu_terminare_nesatisfăcut) **execută**

pentru fiecare furnică **execută**

inițializează_stare()

actualizează_memorie_tabu()

cât timp (stare_curentă \neq stare_țintă) **execută**

citește_tabelă_rutare()

calculează_probabilitați_tranziție()

stare_urm \leftarrow decizie(probabilitați_tranziție)

mutare(stare_urm)

actualizează_memorie_tabu(stare_urm)

sf cât timp

pentru fiecare arc_vizitat **execută**

depozitează_feromon_pe_arc()

actualizează_tabelă_rutare()

sf pentru fiecare

sf pentru fiecare

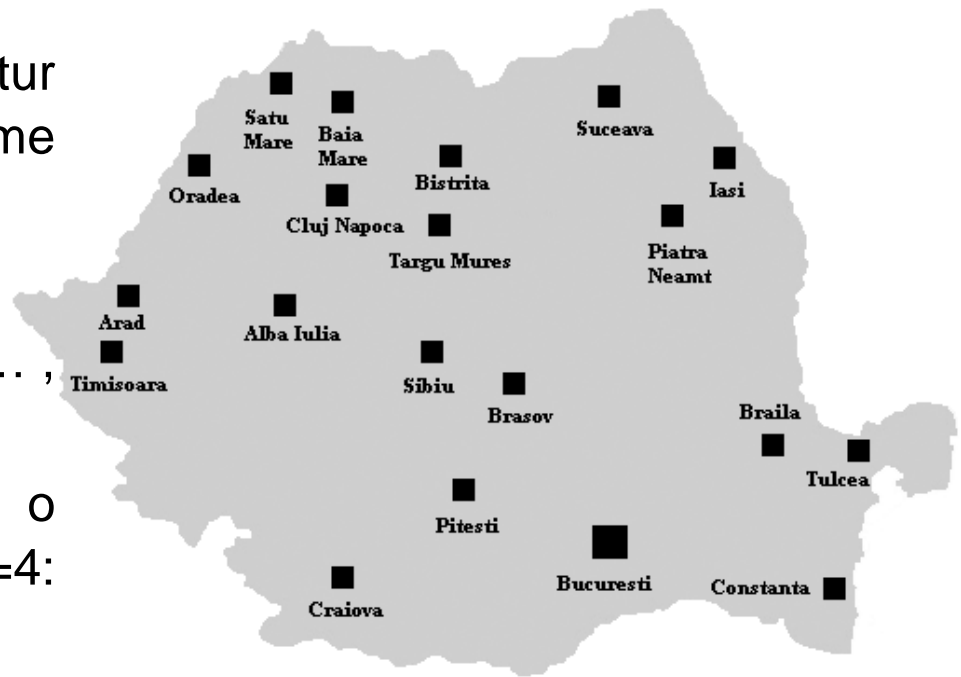
evaporare_feromon()

sf cât timp



Problema comis voiajorului

- Problema:
 - Se dau n orașe
 - Să se găsească un tur complet de lungime minimală
- Reprezentare:
 - Etichetăm orașele $1, 2, \dots, n$
 - Un tur complet este o permutare (pt. $n = 4$: $[1, 2, 3, 4], [3, 4, 2, 1]$)
- Spațiul de căutare este **imens**: pentru 30 de orașe sunt $30! \approx 10^{32}$ tururi posibile!





Distantele in km dintre orase

n = 20

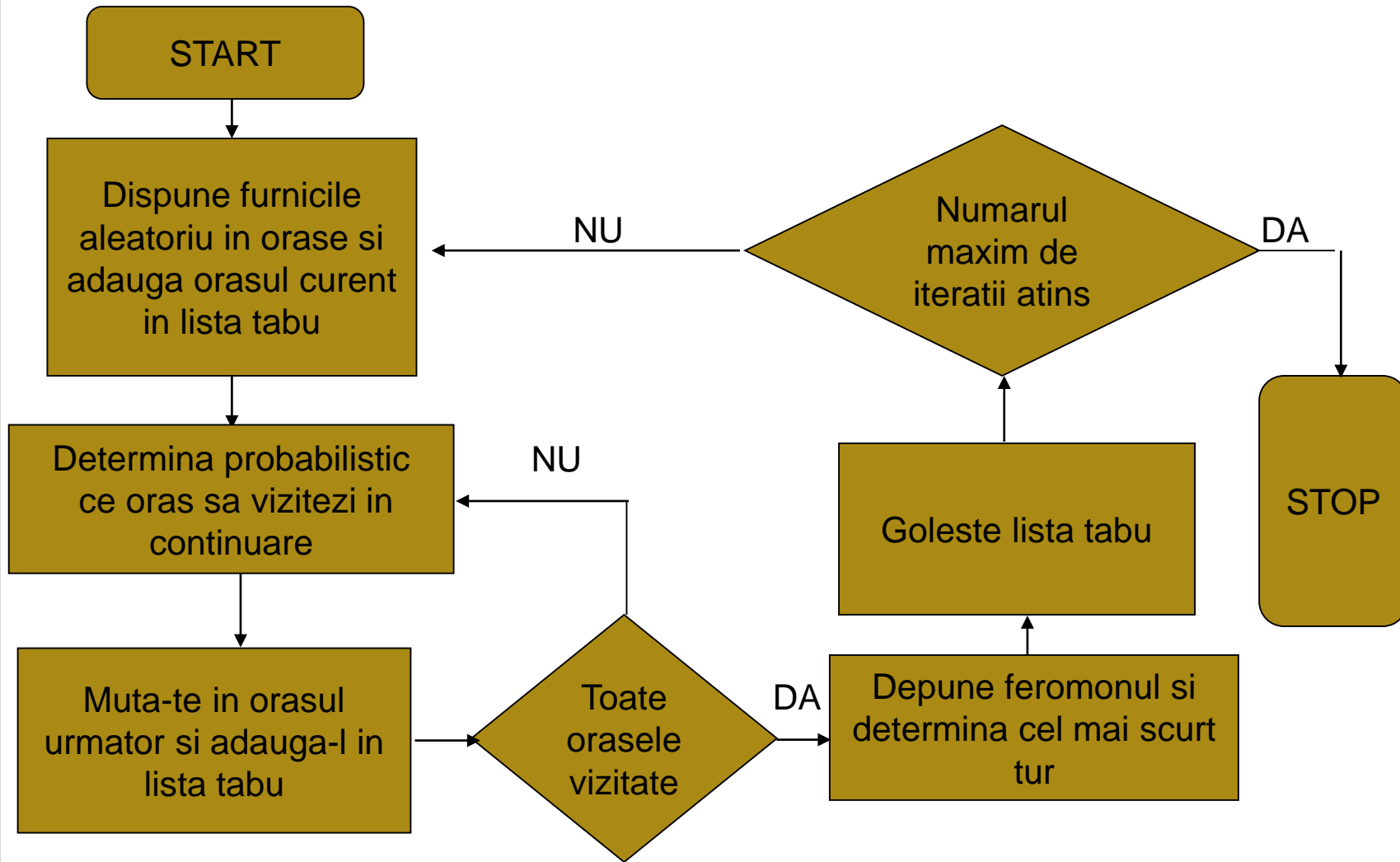
- 1 Bucuresti
- 2 Satu Mare
- 3 Baia Mare
- 4 Oradea
- 5 Arad
- 6 Timisoara
- 7 Alba Iulia
- 8 Cluj Napoca
- 9 Bistrita
- 10 Targu Mures
- 11 Sibiu
- 12 Brasov
- 13 Pitesti
- 14 Craiova
- 15 Suceava
- 16 Piatra Neamt
- 17 Iasi
- 18 Braila
- 19 Tulcea
- 20 Constanta

Distanta de la
Bucuresti la Satu Mare

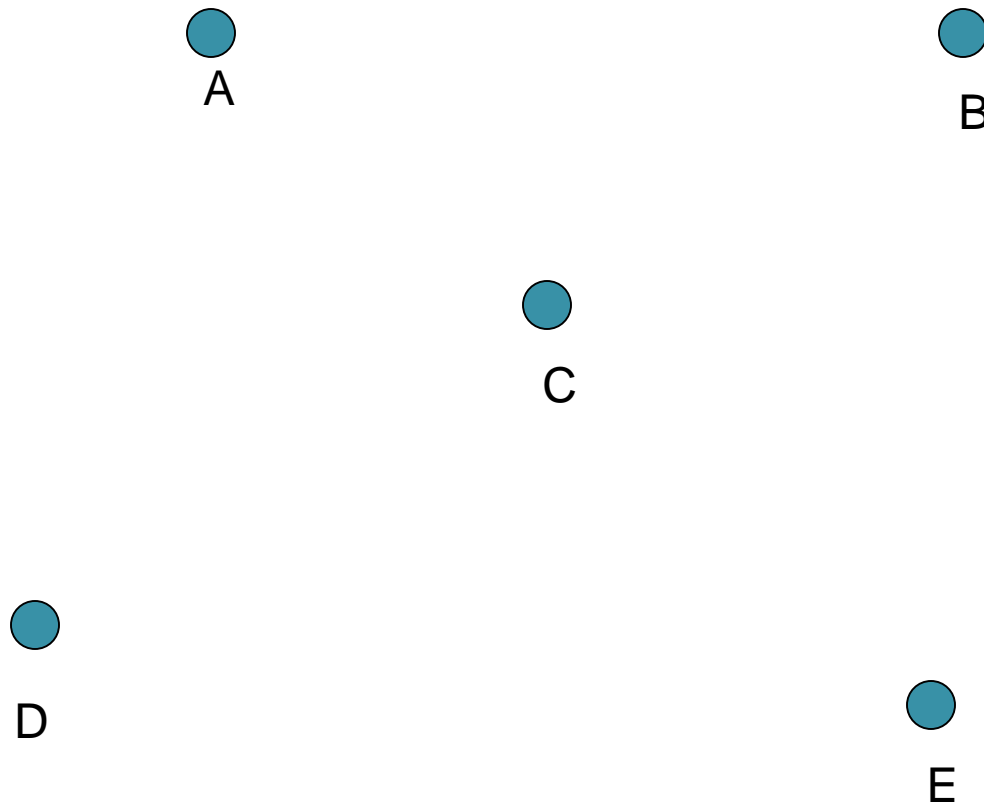
596	550	574	555	538	394	426	419	330	282	161	126	248	436	349	406	213	278	225
67	135	250	304	331	170	216	271	333	434	485	544	369	429	463	660	752	815	
183	298	352	303	146	148	219	305	388	457	516	326	387	420	618	710	768		
115	169	278	147	263	249	311	412	463	463	478	444	538	671	763	792			
52	239	263	378	350	273	415	429	394	593	531	646	674	766	780				
217	316	417	327	256	399	406	353	575	509	691	651	743	758					
160	200	116	113	232	268	293	358	292	407	490	583	612						
119	101	163	264	315	374	334	297	390	523	615	644							
89	200	257	352	411	214	247	308	486	578	638								
112	168	262	321	261	195	310	426	519	548									
142	155	236	358	289	441	401	493	507										
149	205	319	228	299	258	350	380											
123	468	378	448	318	404	351												
524	434	504	434	504	451													
122	144	341	433	520														
131	254	346	432															
271	364	434																
92	178																	
124																		

Distanta de la Braila la
Tulcea

Problema comis voiajorului cu colonii de furnici



Problema comis voiajorului cu colonii de furnici



$d_{AB} = 100; d_{BC} = 60; \dots; d_{DE} = 150$





Iteratia 1

[A]



A

[B]



B

[C]



C

[D]



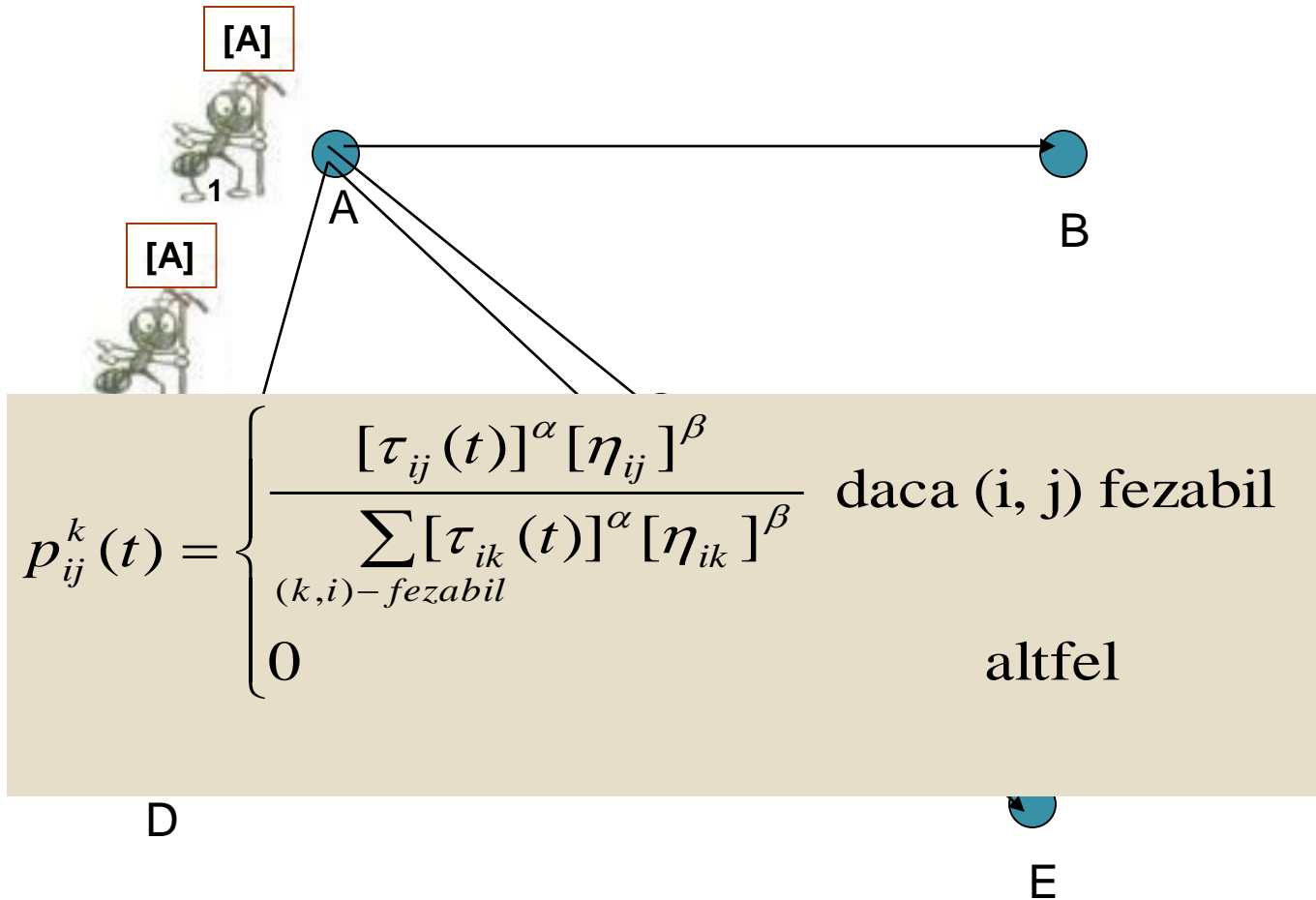
D

[E]



E

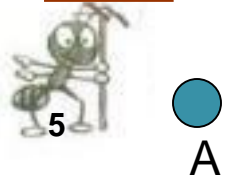
Cum alegem urmatorul oras?



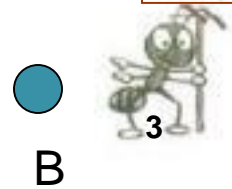


Iteratia 2

[E,A]



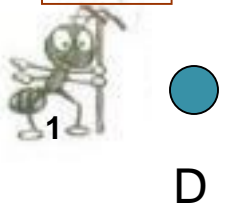
[C,B]



[B,C]



[A,D]

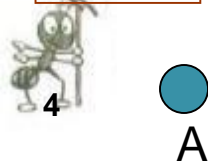


[D,E]

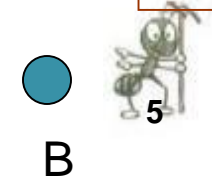


Iteratia 3

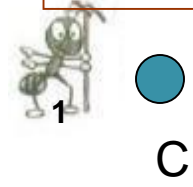
[D,E,A]



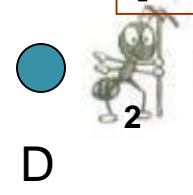
[E,A,B]



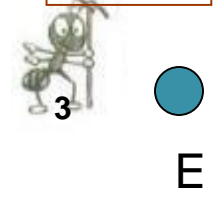
[A,D,C]



[B,C,D]



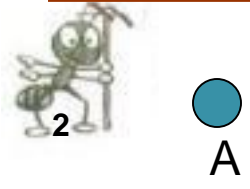
[C,B,E]





Iteratia 4

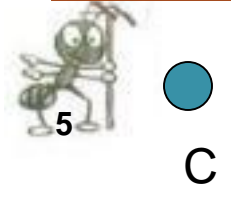
[B,C,D,A]



[D,E,A,B]



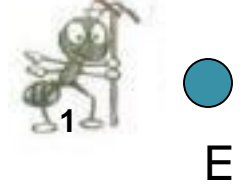
[E,A,B,C]



[C,B,E,D]



[A,DCE]



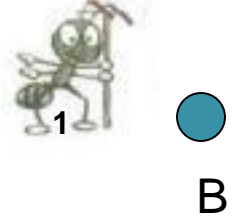


Iteratia 5

[C,B,E,D,A]



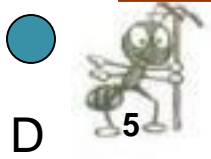
[A,D,C,E,B]



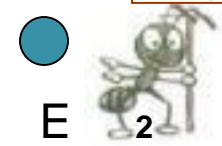
[D,E,A,B,C]



[E,A,B,C,D]



[B,C,D,A,E]





Turul si depunerea feromonului

[A,D,C,E,B]



1

$L_1 = 300$

[B,C,D,A,E]



2

$L_2 = 450$

[C,B,E,D,A]



3

$L_3 = 260$

[D,E,A,B,C]



4

$L_4 = 280$

[E,A,B,C,D]



5

$L_5 = 420$

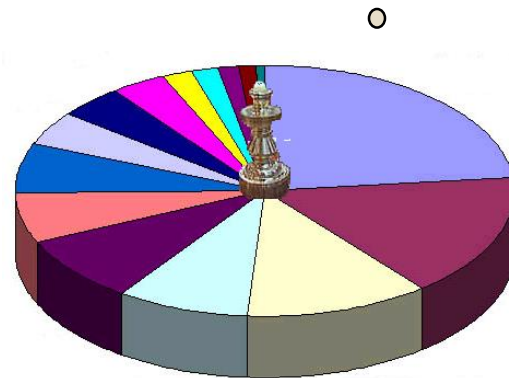
Daca (i,j) a apartinut turului, pentru fiecare furnica notata cu $k = 1, 2, \dots, 5$

$$\tau_{i,j}^k = \tau_{i,j}^k + \frac{1}{L_k}$$

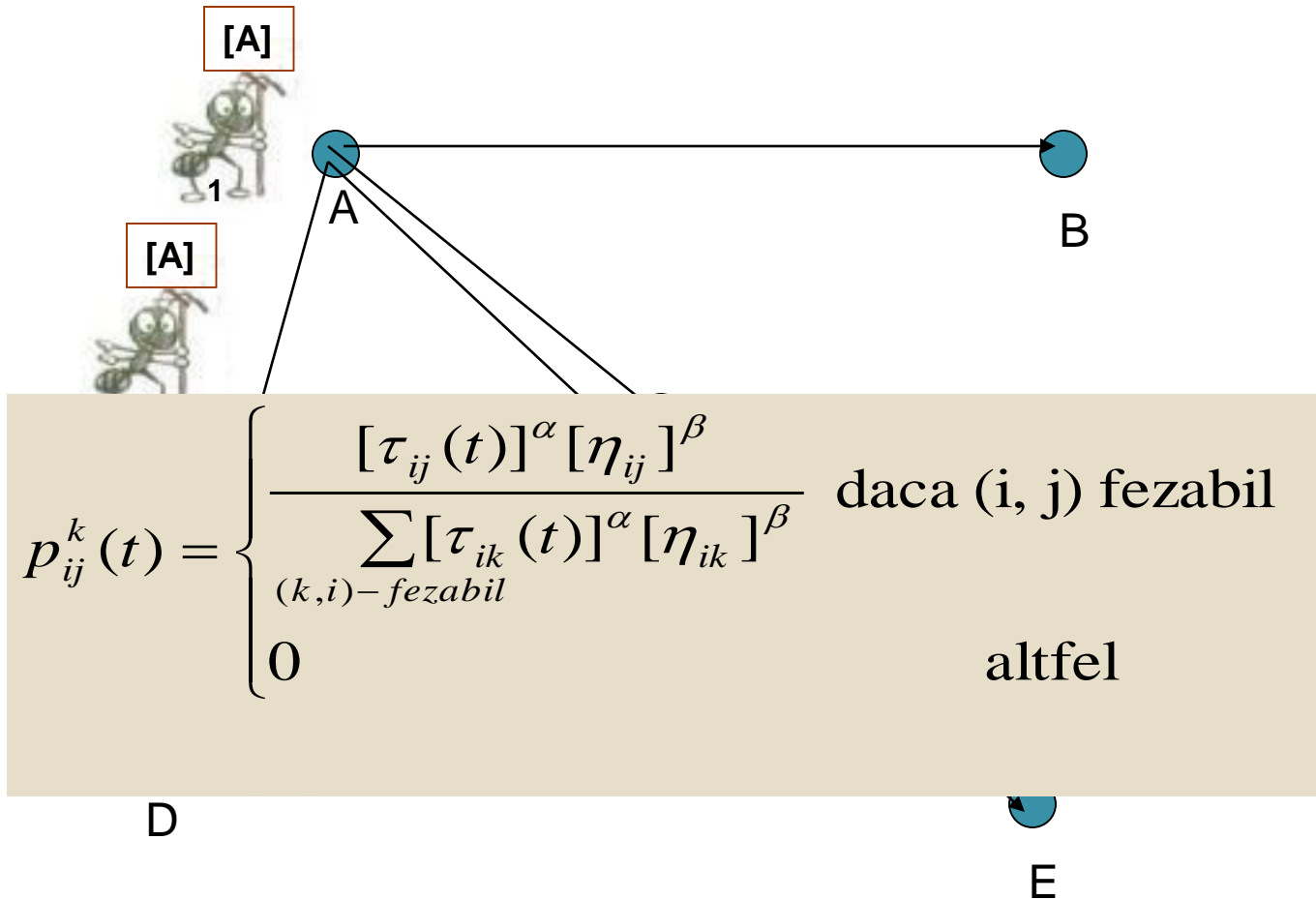


Selectia proportionala (Monte Carlo)

- Operatorul de selectie
 - Fiecare stare (oras) are o probabilitate de a fi selectat care este direct proportionala cu calitatea starii (data de a_{ij}).
 - Starile mai bune au sanse mai mari sa fie selectate.



Cum alegem urmatorul oras?





Selectia proportionala (Monte Carlo)

- Pentru fiecare posibilitate, avem o probabilitate:
 $P(AB)$, $P(AC)$, $P(AD)$, $P(AE)$.
- Notam suma acestor probabilitati cu S .
- Construim un vector Q astfel:
 - $Q(1) = P(AB) / S$;
 - $Q(2) = (P(AB) + P(AC)) / S$;
 - $Q(3) = (P(AB) + P(AC) + P(AD)) / S$;
 - $Q(4) = S / S = 1$;



Selectia proportionala (Monte Carlo)

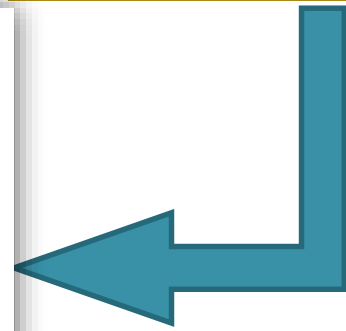
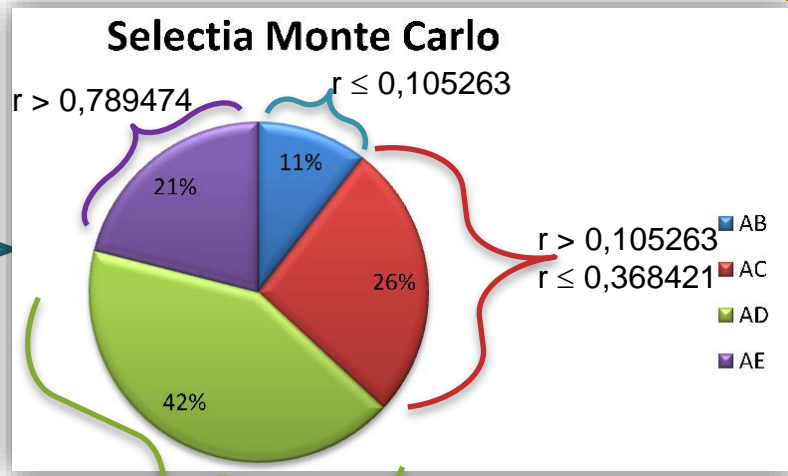
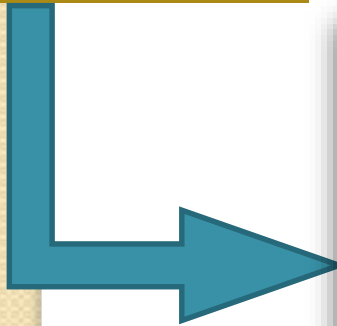
- $P(AB) = 0,2;$
- $P(AC) = 0,5;$
- $P(AD) = 0,8;$
- $P(AE) = 0,4.$



• $S = 1,9$



- $Q(1) = 0,105263 ;$
- $Q(2) = 0,368421 ;$
- $Q(3) = 0,789474 ;$
- $Q(4) = 1.$



$r > 0,368421$
 $r \leq 0,789474$



Selectia proportionala (Monte Carlo)

Algoritm Ruletă

Alege uniform o valoare aleatoare r din intervalul $[0, 1]$

$i \leftarrow 0$

cât timp ($q_i < r$) **execută**

$i \leftarrow i + 1$

sf cât timp

selectat $\leftarrow i$

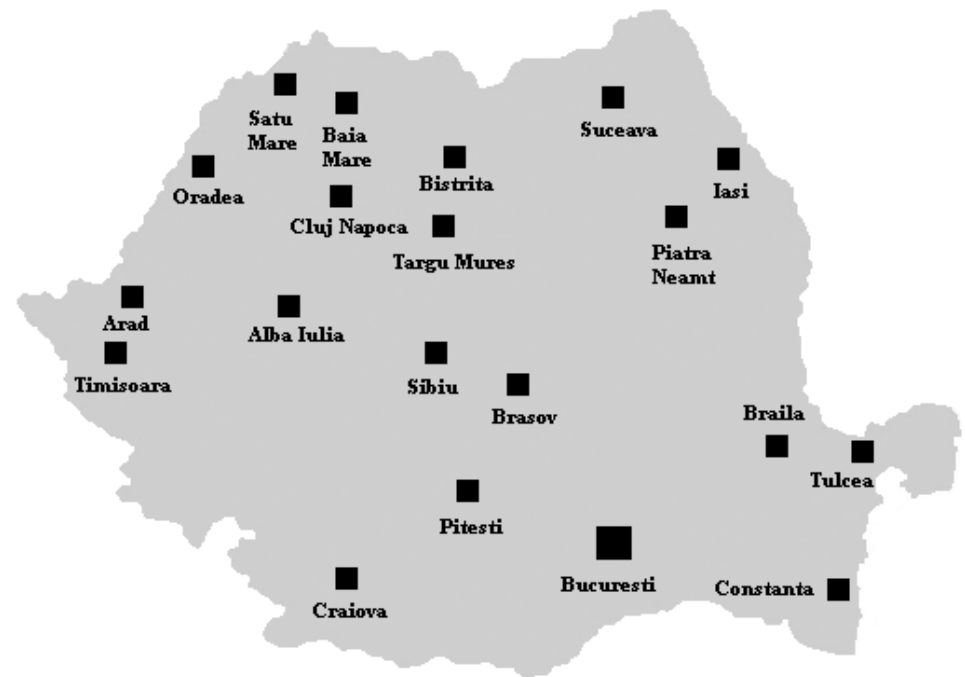
sf Algoritm

Un exemplu numeric de aplicare a coloniilor artificiale de furnici poate fi descarcat [aici](#).

Tema 1

- Rezolvati problema comis-voiajorului folosind optimizare cu colonii de furnici.
- Evident, dispuneti de distantele dintre oricare doua orase (slide-ul urmator).
- Termen limita:
 - **22 mai, ora 8!**

Doua
puncte la
examenul
final!





Distantele in km dintre orase

n = 20

- 1 Bucuresti
- 2 Satu Mare
- 3 Baia Mare
- 4 Oradea
- 5 Arad
- 6 Timisoara
- 7 Alba Iulia
- 8 Cluj Napoca
- 9 Bistrita
- 10 Targu Mures
- 11 Sibiu
- 12 Brasov
- 13 Pitesti
- 14 Craiova
- 15 Suceava
- 16 Piatra Neamt
- 17 Iasi
- 18 Braila
- 19 Tulcea
- 20 Constanta

Distanta de la Bucuresti la Satu Mare

596	550	574	555	538	394	426	419	330	282	161	126	248	436	349	406	213	278	225
67	135	250	304	331	170	216	271	333	434	485	544	369	429	463	660	752	815	
183	298	352	303	146	148	219	305	388	457	516	326	387	420	618	710	768		
115	169	278	147	263	249	311	412	463	463	478	444	538	671	763	792			
52	239	263	378	350	273	415	429	394	593	531	646	674	766	780				
217	316	417	327	256	399	406	353	575	509	691	651	743	758					
160	200	116	113	232	268	293	358	292	407	490	583	612						
119	101	163	264	315	374	334	297	390	523	615	644							
89	200	257	352	411	214	247	308	486	578	638								
112	168	262	321	261	195	310	426	519	548									
142	155	236	358	289	441	401	493	507										
149	205	319	228	299	258	350	380											
123	468	378	448	318	404	351												
524	434	504	434	504	451													
122	144	341	433	520														
131	254	346	432															
271	364	434																
92	178																	
124																		

Distanta de la Braila la Tulcea

Tema 2

Doua
puncte la
examenul
final!

- Folosind distantele din slide-ul urmator si conexiunile dintre orase ca in figura alaturata, folositi optimizarea cu colonii de furnici pentru a ajunge de la Oradea la Tulcea.
- Termen limita:
 - **22 mai, ora 8!**

