

TEMA SEMINAR: INDICATORII MEDII ȘI DE VARIAȚIE

Cuprins

- 1 Aplicația 1. Repartiție pe variante Error! Bookmark not defined.
- 2 Aplicația 2. Repartiția agenților economici după mărimea profitului..... 1
- 3 Aplicația 3 Repartiția vânzătorilor după orele lucrate 3
- 4 Aplicația 4. Repartiția vânzătorilor după orele lucrate 4
- 5 Aplicația 5. Repartiție pe intervale egale și inegale, cu frecvențe absolute și relative..... 5

1 Aplicația 2. Repartiția agenților economici după mărimea profitului

Agenți ec. după mărimea profitului (mil. lei)	Nr. agenți economici (n_i)	x_i	$x_i n_i$	Frecvențe cumulate	$ x_i - \bar{x} n_i$	$(x_i - \bar{x})^2 n$
20 - 24	20	22	440	20	197.2	1944.4
24 - 28	35	26	910	55	205.1	1201.9
28 - 32	40	30	1200	95	74.4	138.4
32 - 36	60	34	2040	155	128.4	274.8
36 - 40	32	38	1216	187	196.4	1206.4
40 - 44	8	42	336	195	81.12	822.6
44 - 48	5	46	230	200	70.7	999.7
TOTAL	200	-	6372	-	953.4	6588.1
Notație	$\sum n_i$		$\sum x_i n_i$		$\sum x_i - \bar{x} n_i$	$\sum (x_i - \bar{x})^2 n$

Se cere:

1. Sa se reprezinte grafic seria
2. Sa se determine indicatorii tendinței centrale (media, modul și mediana)
3. Sa se determine indicatorii variației (omogenitatea seriei)
4. Asimetria

REZOLVARE:

1. Reprezentarea grafică - diagrama prin coloane

2. a) Media aritmetică

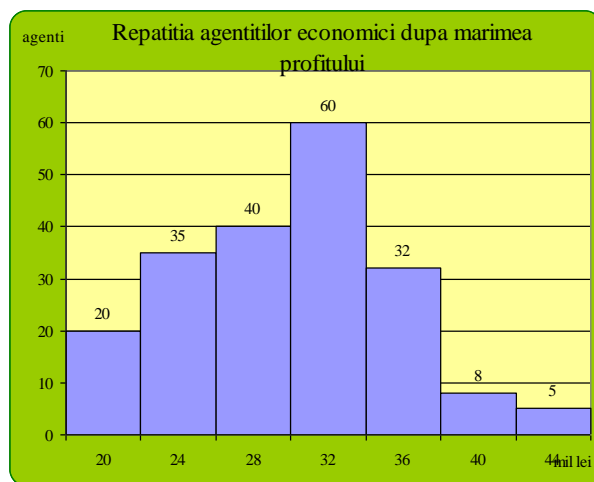
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i n_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{6372}{200} = 31,86 \text{ mil. lei / agent.ec.}$$

b) Modul

$$Mo = x_0 + k \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} = 32 + 4 \frac{20}{48} = 33,67 \text{ mil. lei}$$

Unde Loc modul (32-36)

$$X_0 = 32$$



$$k=4$$

$$\Delta_1 = 60 - 40 = 20$$

$$\Delta_2 = 60 - 32 = 28$$

c) **Mediana** locul in care seria se imparte in 2 parti egale

$$Me = x_0 + k \cdot \frac{\frac{\sum_{i=1}^k n_i + 1}{2} - \sum_{i=1}^{Me-1} n_i}{n_{Me}} = 32 + 4 \frac{100,5 - 95}{60} = 32,37 \text{ mil. lei}$$

$$\text{Loc Mediana } \frac{\sum_{i=1}^k n_i + 1}{2} = \frac{200 + 1}{2} = 100,5 \text{ (în tabel frecvențele cumulate crescător)}$$

Interval Median 32-36

Unde:

$$X_0 = 32$$

$$k=4$$

$$\sum_{i=1}^{Me-1} n_i = 95$$

$$n_{Me} = 60$$

3. Indicatorii variației

a) Abaterea medie liniara

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^k |x_i - \bar{x}| n_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{953,4}{200} = 4,74$$

b) Apaterea medie patratica

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum_{i=1}^k n_i}} = \sqrt{\frac{6588}{200}} = 5,73 \text{ mil. lei}$$

c) Coeficientul de variație:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{5,73}{31,86} \cdot 100 = 18,01\%$$

$$v' = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{4,74}{31,86} \cdot 100 = 14,96\%$$

d) Coeficientul de asimetrie

$$C_{as} = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} = \frac{31,86 - 33,67}{5,73} = -0,3159$$

$$C'_{as} = \frac{3(\bar{x} - Me)}{\sigma} = \frac{3(31,86 - 32,37)}{5,73} = -0,267$$

Rezultă asimetrie negativă moderată

2 Aplicația 3 Repartiția vânzătorilor după orele lucrate

Grupe de vânzători după ore lucrate	Nr, Vân z,	Centrul intervalului x_i	$x_i n_i$	Frecvențe cumulate crescător	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
135-145	5	140	700	5	5227,22
145-155	8	150	1200	13	3990,22
155-165	6	160	960	19	912,67
165-175	12	170	2040	31	65,33
175-185	13	180	2340	44	764,11
185-195	12	190	2280	56	3745,33
195-205	2	200	400	58	1530,89
205-215	2	210	420	60	2837,56
Total	60	-	10340	-	19073,33

Se cere:

1. Sa se determine indicatorii tendinței centrale (media, modul și mediana)
2. Sa se determine indicatorii variației (omogenitatea seriei)
3. Asimetria

REZOLVARE:

1. Calculul indicatorilor tendinței centrale:

□ Media aritmetică

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i n_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{10340}{60} = 172,33 \text{ ore / vânz.}$$

□ Modul M_o - intervalul cu frecvența maximă (175-185)

$$M_o = x_0 + h \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} = 175 + 10 \frac{(13 - 12)}{(13 - 12) + (13 - 12)} = 180 \text{ ore / vânz.}$$

□ Mediana (M_e)

$$\text{locul medianei: } U(M_e) = \frac{\sum_{i=1}^k n_i + 1}{2} = \frac{60 + 1}{2} = 30,5$$

intervalul (165-175) este primul interval a cărei frecvență cumulată este mai mare de 30,5

$$M_e = x_0 + h \cdot \frac{\frac{\sum_{i=1}^k n_i + 1}{2} - \sum_{i=1}^{m-1} n_i}{n_m} = 165 + 10 \frac{30,5 - 19}{12} = 174,58 \text{ ore / vânz.}$$

2. Calculul indicatorii sintetici ai variației și ai asimetriei

□ Dispersia σ^2

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{19073,33}{60} = 317,88$$

□ Abaterea medie pătratică σ

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{317,88} = 17,83 \text{ ore / vânz.}$$

□ Coeficientul de variație (v):

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{17,83}{172,33} \cdot 100 = 10,3\% \quad v < 35\% -$$

Rezultă că seria este omogenă și media este reprezentativă seriei

Coeficientul de asimetrie

$$C_{as} = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} = \frac{172,33 - 180}{17,83} = -0,43$$

$$C'_{as} = \frac{3(\bar{x} - Me)}{\sigma} = \frac{3(172,33 - 174,58)}{17,83} = -0,38$$

Rezultă asimetrie negativă moderată

3 Aplicația 4. Repartiția vânzătorilor după orele lucrate

Gripe de salariați după vechime	Nr, Vânz,	Centrul intervalului x_i	$x_i n_i$	Frecvențe cumulate crescător	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
Sub 4	20	2	40	20	5235,8
4-8	40	6	240	60	5934,1
8-12	42	10	420	102	2810,3
12-16	55	14	770	157	960,9
16-20	60	18	1080	217	1,9
20-24	80	22	1760	297	1167,3
24-28	50	26	1300	347	3057,6
28-32	40	30	1200	387	5588,5
32-36	8	34	272	395	2002,2
36 și peste	5	38	190	400	1964,2
Total	400		7272		28723,1

Se cere:

1. Sa se determine indicatorii tendinței centrale (media, modul și mediana)
2. Sa se determine indicatorii variației (omogenitatea seriei)
3. Asimetria

REZOLVARE:

1. Indicatorii tendinței centrale (media, modul și mediana)

□ Media aritmetică

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i n_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{7272}{400} = 18,18 \text{ ani / sal}$$

□ Modul

Locul Mo - intervalul cu frecvența maximă (20-24)

$$Mo = x_0 + k \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} = 20 + 4 \frac{(80 - 60)}{(80 - 60) + (80 - 50)} = 21,6 \text{ ani / sal.}$$

□ Mediana (Me)

$$\text{locul medianei: } U(Me) = \frac{\sum_{i=1}^k n_i + 1}{2} = \frac{400 + 1}{2} = 200,5$$

Intervalul (16-20) este primul interval a cărei frecvență cumulată crescător este mai mare de 200,5

$$Me = x_0 + k \cdot \frac{\sum_{i=1}^k n_i + 1}{2} - \sum_{i=1}^{m-1} n_i = 16 + 4 \frac{200,5 - 157}{60} = 18,9 \text{ ani / sal}$$

2. Indicatorii variației

- **Dispersia σ^2**

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{28723,1}{400} = 71,8$$

- **Abaterea medie pătratică σ**

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{71,8} = 8,4 \text{ ore / sal.}$$

- **Coeficientul de variație (v):**

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{8,4}{18,18} \cdot 100 = 46,6\%$$

Rezultă seria este neomogenă și media nu este reprezentativă pentru serie

3. Asimetria

- **Coeficientul de asimetrie**

$$C_{as} = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma} = \frac{18,18 - 21,6}{8,4} = -0,41$$

$$C'_{as} = \frac{3(\bar{x} - Me)}{\sigma} = \frac{3(18,18 - 18,9)}{8,8} = -0,24$$

Rezultă asimetrie negativă moderată.

4 Aplicația 5. Repartiție pe intervale egale și inegale, cu frecvențe absolute și relative

Repartiția salariaților după valoarea desfacerii săptămânale

Grupe după valoarea desfacerii (mii lei)	Nr. salariați
Sub 500	10
500-600	15
600-700	23
700-800	50
800-900	38
900-1000	10
1000 peste	4
Total	150

Repartiția salariaților după valoarea salariul săptămânal

Grupe după salarii (mii lei)	Structura salariaților (în % față de total)
Sub 150	15
150-160	16
160-180	22
180-200	20
200-230	18
peste 230	9
Total	100 %

Se cere:

1. Să se caracterizeze cele două serii.
2. Să se calculeze indicatorii tendinței centrale (media, mediana, modulul) pentru cele două serii.
3. Care dintre cele două serii este mai omogenă.
4. Media și dispersia pentru caracteristica "salariați cu o valoare a desfacerilor > 700 mii lei"

Rezolvare:

- După cum se observă că seria privind repartitia salariaților după valoarea desfacerii este prezentată cu frecvențe absolute și are intervale egale, iar seria privind repartitia salariaților după salarii este pe intervale neegale și cu frecvențe relative.
- Pentru început vom analiza seria după valoarea desfacerilor.

Indicatorii tendinței centrale

$$\square \text{ media } \bar{x}_a = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = 741,33 \text{ mii lei/vănzător}$$

$$\square \text{ mediana } Me = X_o + k \frac{\frac{1}{2}(\sum n_i + 1) - n_{pME}}{n_{Me}} = 700 + 100 \frac{((75,5 - 48)/50)}{50} = 755 \text{ mii lei/vănz.}$$

loc Me = 151/2 = 125,5 (700-800)

$$\square \text{ modulul } M_o = x_o + k \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2} = 700 + 100 \frac{(50 - 23)}{(50 - 23) + (50 - 38)} = 769,2 \text{ mii lei/vănz}$$

locul Mo = 700-800

Grupe după valoarea desfacerii (mii lei)	Nr. salariați	xi	xini	Frec.crescător	/xi-x/	/xi-x/ni	(xi-x) ² ni
Sub 500	10	450	4500	10	291.33	2913.3	848731.7
500-600	15	550	8250	25	191.33	2869.95	549107.5
600-700	23	650	14950	48	91.33	2100.59	191846.9
700-800	50	750	37500	98	8.67	433.5	3758.445
800-900	38	850	32300	136	108.67	4129.46	448748.4
900-1000	10	950	9500	146	208.67	2086.7	435431.7
1000 peste	4	1050	4200	150	308.67	1234.68	381108.7

- Care dintre cele două serii este mai omogenă. Pentru a calcula omogenitatea serie este necesar să calculăm coeficienții de variație, respectiv indicatorii variației.

- abaterea medie liniară

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| * n_i}{\sum n_i} = 105,12 \text{ mii lei/vânz}$$

- Dispersia.:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i} = 19058,22 \text{ mii lei/vânz}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = 138,05 \text{ mii lei/vânz}$$

- Coeficientul de variație

$$v_x = d_x/x_a * 100 = 14,08\%$$

$$\text{sau } v_x = \sigma_x/x_a * 100 = 18,6\%$$

Vom analiza seria după salarii.

Grupe după salarii (mii lei)	Structura salariaților	x _i	x _i n _i	Ferecv. Cumulate	(x _i -x) ² n
Sub 150	15	145	2175	15	21319.4
150-160	16	155	2480	31	12276.6
160-180	22	170	3740	53	3548.4
180-200	20	190	3800	73	1065.8
200-230	18	215	3870	91	18779.2
peste 230	9	245	2205	100	34931.6
Total	100%		18270	-	91921.0

- ❑ media $\bar{x}_a = \frac{\sum x_i n_i^*}{\sum n_i} = 18270/100 = 182.7$ mii lei/vanzător
- ❑ mediana $Me = X_o + k \frac{\frac{1}{2}(\sum n_i + 1) - n_{pME}}{n_{Me}} = 160 + 20 \frac{((50,5 - 31)/22)}{1} = 177.7$ mii lei/vanz.
loc Me = 101/2 = 50,5 (160-180)
- ❑ modulul $M_o = x_o + k \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2} = 160 + 20 \frac{6}{6+2} = 175$ mii lei/vanz
locul Mo = 160-180
- ❑ Dispersia.:
 $\sigma_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i} = 919.21$ mii lei/vanz
 $\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = 30.3$ mii lei/vanz
- ❑ Coeficientul de variație
 $v_x = \sigma_x / \bar{x}_a * 100 = 30.3 / 182.7 * 100 = 16.5 \%$

Rezultă că seria după repartitia salariului este mai omogenă de cât seria după valoarea desfacerilor întrucât coeficientul de variație a primei serii este mai mic decât în cea de a doua serie.

4. Media și dispersia pentru caracteristica “salariați cu o valoare a desfacerilor > 700 mii lei”

Grupe după valoarea desfacerii (mii lei)	Nr. salariați	xi	xini	(xi-x) ² ni
700-800	50	750	37500	3758.445
800-900	38	850	32300	448748.4
900-1000	10	950	9500	435431.7
1000 peste	4	1050	4200	381108.7
Toate	102		83500	1269047,2

- ❑ media $\bar{x}_a = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = 818,62$ mii lei/sal.
- ❑ dispersia $\sigma_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i} = 12441,64$ mii lei/sal.