

Logica propozitiilor.

Exemple. Fixari de cunostinte

Tema de data trecuta...

- Demonstrati ca:

$$\frac{\begin{array}{c} (P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \\ \neg(P \wedge S) \\ S \vee T \end{array}}{T}$$

- Rezolvarea la tabla.

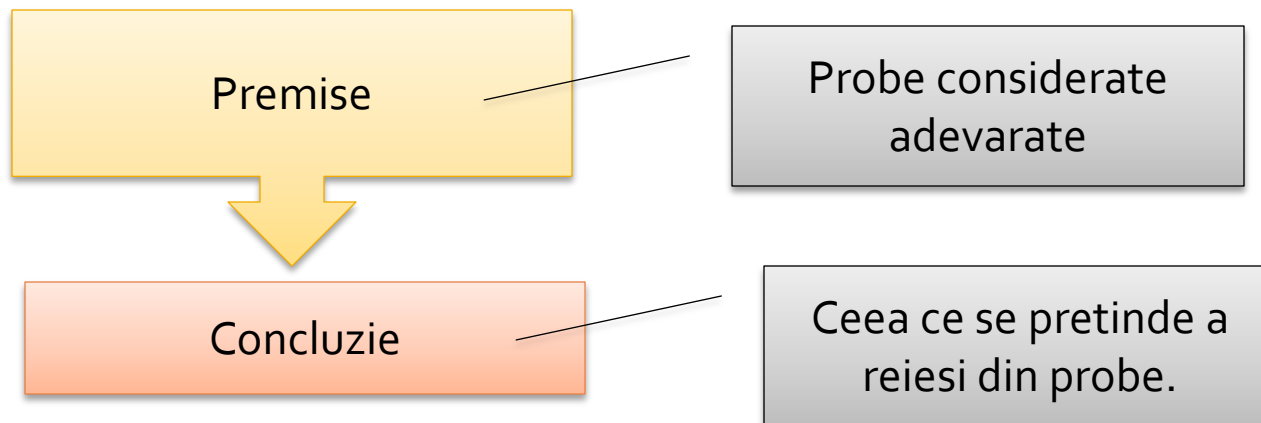
Rationamente semantice

- Rationamentul in logica reprezinta un grup de propozitii (*premise*) care conduc catre o alta propozitie (*concluzie* sau *consecinta logica*).
 - Fiecare premisa este scrisa pe cate o linie.
 - Concluzia este scrisa pe o ultima linie separat.
 - Intre premise si concluzie se traseaza o line orizontala care le delimiteaza.
- **Ex1:** modus ponens

$$\frac{p \rightarrow q \quad p}{q}$$

Rationamente semantice

- Demonstratiile oferite de deductia naturala ne ajuta sa parcurgem usor *rationamente* semantice.
- In cadrul premiselor pot aparea si propozitii care nu au legatura cu concluzia.



Rationamente semantice

- Si tabelele de adevar ne ofera posibilitatea de a verifica validitatea pentru rationamente logice.
 - Se construiesc o tabela de adevar cu propozitiile din premise si cu concluzia.
 - Se verifica liniile in care toate premisele sunt adevarate.
 - Daca in toate acestea este si concluzia adevarata, atunci rationamentul este valid.
 - Daca exista cel putin o linie in care concluzia este falsa, rationamentul este invalid.

Rationamente semantice

- **Ex2:** Sa se verifice daca

$$p \rightarrow q$$

$$\neg p$$

$$\neg q$$

Tabela de adevar pentru verificarea
rationamentului

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg q$
A	A	A	F	F
A	F	F	F	A
F	A	A	A	F
F	F	A	A	A

Rationamente semantice

- **Ex2:** Sa se verifice daca

$$p \rightarrow q$$

$$\neg p$$

$$\neg q$$

Tabela de adevar pentru verificarea
rationamentului

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg q$
A	A	A	F	F
A	F	F	F	A
F	A	A	A	F
F	F	A	A	A

Rationamente semantice

- **Ex2:** Cea de a treia linie a tabelului ne arata ca cele doua premise sunt adevarate, dar concluzia este falsa.
 - Prin urmare, rationamentul este invalid.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg p \\ \hline \neg q \end{array}$$

$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg q$
A	F	F
F	F	A
A	A	F
A	A	A

Rationamente semantice

- **Exc1:** Sa se verifice daca

$$\frac{P \vee (Q \rightarrow P)}{\neg P \rightarrow \neg Q}$$

Rationamente semantice

- Ce se intampla daca chiar concluzia unui rationament este o tautologie?
 - Rationamentul este valid sau nu?

- **Ex3:**

- Rabat este capitala Marocului.
- Atunci ploua sau nu ploua.

$$\frac{p}{q \vee \neg q}$$

Rationamente semantice

$$\frac{p}{q \vee \neg q}$$

Tabela de adevar pentru verificarea ratiunamentului

p	q	$q \vee \neg q$
A	A	A
A	F	A
F	A	A
F	F	A

Rationamente semantice

$$\frac{p}{q \vee \neg q}$$

Rationamentul este deci unul valid.

Tabela de adevar pentru verificarea rationamentului

p	q	$q \vee \neg q$
A	A	A
A	F	A
F	A	A
F	F	A

Rationamente semantice

- **Exc2:** Verificati daca fiecare rationament este sau nu valid folosind tabele de adevar:
 - Daca alegerile prezidentiale se deterioreaza in concursuri TV de popularitate, atunci palavragii impertinenti vor fi alesi. Prin urmare, daca alegerile prezidentiale nu se deterioreaza in concursuri TV de popularitate, atunci palavragii impertinenti nu vor fi alesi.

- $$\frac{P \leftrightarrow \neg Q}{\frac{\neg(Q \wedge \neg P)}{P \rightarrow Q}}$$

Rationamente semantice

- Testarea daca un rationament este valid sau nu se poate face si prin tabele de adevar incomplete.
 - Stabilim concluzia falsa si facem premisele adevarate.
 - Daca gasim o interpretare care sa satisfaca aceste conditii, atunci rationamentul este invalid.
 - Altfel, este valid.

Rationamente semantice

- **Ex4:** Sa se verifice daca urmatoarele rationamente semantice sunt valide sau nu (la tabla):

$$\frac{P \rightarrow (Q \wedge R) \quad R \rightarrow S}{P \rightarrow S}$$

$$\frac{P \rightarrow (\neg R \rightarrow \neg Q) \quad Q \rightarrow (\neg R \rightarrow S) \quad (R \vee S) \rightarrow T}{P \rightarrow T}$$




$$\frac{P \rightarrow (Q \vee R) \quad R \rightarrow (S \wedge T) \quad \neg Q}{P \rightarrow \neg T}$$

$$\frac{(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S) \quad (\neg P \vee \neg Q) \rightarrow T}{(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow T}$$

Proiect (4 puncte)




- Sa se realizeze un program care sa spuna despre o propozitie complexa data de utilizator daca este
 - tautologie
 - satisfiabila
 - contingenta
 - nesatisfiabila

Lumea Wumpus

4	Miros		Vant	ABIS
3	 Vant Miros 	ABIS	Vant	
2	Miros		Vant	
1		Vant	ABIS	Vant
	1	2	3	4

Lumea Wumpus




Mediul inconjurator

4	Miros		Vant	ABIS
3	 Vant Miros 		ABIS	Vant
2	Miros		Vant	
1		Vant	ABIS	Vant
	1	2	3	4

- Tabela cu patratele (pestera) este inconjurata de ziduri.
- Agentul (exploratorul) porneste intotdeauna din coltul din stanga jos (1, 1).
- Patratele adiacente Wumpus-ului si patratul lui au miros (neplacut).
- Patratele adiacente abisurilor contin adieri de vant.
- Daca exploratorul se afla in patrat cu aur, acesta straluceste.
- Impuscatura il ucide pe Wumpus daca omul este indreptat catre el.
- Impuscatura se face in directia orientarii omului, iar glontul merge pana ucide wumpus-ul daca e pe directie sau cand ajunge la capatul liniei/coloanei.

Lumea Wumpus

Mediul inconjurator




4	Miros		Vant	ABIS
3	 Vant Miros 	ABIS	Vant	
2	Miros		Vant	
1		Vant	ABIS	Vant
	1	2	3	4

- Aurul se poate lua doar daca se afla in patratul cu aur.
- Cand agentul intra intr-un zid, simte o lovitura.
- Cand wumpus-ul este ucis, acesta scoate un strigat care se poate auzi in intreaga peștera.
- Perceptiile agentului de la mediul inconjurator vin in forma a 5 simboluri:
 - Daca simte miros, vant, stralucire, nu se loveste si nu aude nimic, lista va arata astfel:

[Miros, Vant, Stralucire, Nimic, Nimic]
- Agentul poate merge inainte, se poate roti la stanga si la dreapta cu 90° .

Lumea Wumpus




Mediul inconjurator

4	Miros		Vant	ABIS
3	 Miros 		ABIS	Vant
2	Miros		Vant	
1		Vant	ABIS	Vant
	1	2	3	4

- Agentul poate *lua* aurul daca se afla in patratul cu aur.
- Poate *trage* un (singur) foc in line dreapta.
- Poate *iesi* din peștera, dar numai pe la (1,1).
- Agentul moare daca intra intr-un patrat cu abis sau intr-unul cu un wumpus in viata.
- Scopul agentului: sa gaseasca aurul si sa iese cu el din peștera.
- Castiguri si penalizari:
 - 1 000 puncte daca iese cu aurul din peștera
 - -1 punct pentru fiecare actiune facuta
 - -10 000 puncte daca moare.

Lumea Wumpus

Mediul inconjurator

4	Miros		Vant	ABIS
3	 Vant Miros 		ABIS	Vant
2	Miros		Vant	
1		Vant	ABIS	Vant
	1	2	3	4

- Agentul este mereu initializat la patratul (1,1) cu fata spre deapta.
- Locatiile pentru wumpus si pentru aur sunt alese aleator, fara pozitia (1,1).
- Fiecare locatie cu exceptia (1,1) are 20% sanse sa contina un abis.
 - Deci un abis poate fi in casuta cu aur sau in cea cu wumpus-ul.
- Desigur, pot fi situatii cand agentul nu poate ajunge la aur.
 - Viata este uneori nedreapta.
- Evident, agentul nu stie de la inceput ce se afla in fiecare patrat.
 - El doar poate simti prezenta vantului, a mirosului sau poate vedea stralucirea dintr-un patrat.

Lumea Wumpus

- Agentul este plasat la (1,1).
 - Nu simte nici vant, nici miros.
 - Deduce ca (1,2) si (2,1) nu contin pericole.

1,4	2,4	3,4	4,4	A – Agent Ab – Abis Au – Aur M – Miros OK – Patrat OK V – Vant Viz - Vizitata W – Wumpus
1,3	2,3	3,3	4,3	
1,2	2,2	3,2	4,2	
1,1 A	2,1	3,1	4,1	

Lumea Wumpus

- Agentul este plasat la (1,1).
 - Nu simte nici vant, nici miros.
 - Deduce ca (1,2) si (2,1) nu contin pericole.
 - Le marcheaza pe acestea cu OK.
 - De asemenea, (1,1) este OK.
- Un agent precaut se muta intr-un patrat numai daca este OK.

1,4	2,4	3,4	4,4	A – Agent Ab – Abis Au – Aur M – Miros OK – Patrat OK V – Vant Viz - Vizitata W – Wumpus
1,3	2,3	3,3	4,3	
1,2 OK	2,2	3,2	4,2	
1,1 A OK	2,1 OK	3,1	4,1	

Lumea Wumpus

- Presupunem ca agentul se muta la (2,1).
- Aici detecteaza vant.

1,4	2,4	3,4	4,4	A – Agent Ab – Abis Au – Aur M – Miros OK – Patrat OK V – Vant Viz - Vizitata W – Wumpus
1,3	2,3	3,3	4,3	
1,2 OK	2,2	3,2	4,2	
1,1 Viz OK	2,1 A V OK	3,1	4,1	

Lumea Wumpus

- Presupunem ca agentul se muta la (2,1).
- Aici detecteaza vant.
 - In (1,1) nu poate fi abis pentru ca de acolo vine.
 - Deci este un abis la (2,2) sau la (3,1). (indicam cu Ab?)

1,4	2,4	3,4	4,4	A – Agent Ab – Abis Au – Aur M – Miros OK – Patrat OK V – Vant Viz - Vizitata W – Wumpus
1,3	2,3	3,3	4,3	
1,2 OK	2,2 Ab?	3,2	4,2	
1,1 Viz OK	2,1 A V OK	3,1 Ab?	4,1	

Lumea Wumpus

- Mai este un singur patrat "OK" in care A nu a fost, (1,2).
- A se intoarce prin (1,1) si merge in (1,2).
- Detecteaza miros in (1,2), deci este un wumpus pe aproape.
 - Acesta nu e in (1,1) si nu poate fi nici in (2,2) pentru ca ar fi detectat miros cand se afla in (2,1).
- Din acest rationament reiese ca W este in (1,3).

1,4	2,4	3,4	4,4	A – Agent Ab – Abis Au – Aur M – Miros OK – Patrat OK V – Vant Viz - Vizitata W – Wumpus
1,3 W!	2,3	3,3	4,3	
1,2 A M OK	2,2 OK	3,2	4,2	
1,1 Viz OK	2,1 V Viz OK	3,1 Ab?	4,1	

Lumea Wumpus

- Lipsa vantului in (1,2) indica faptul ca nu este abis in (2,2) deci trebuie sa fie unul la (3,1).
- Aceasta inferenta se bazeaza pe cunostinte castigate in timpi diferiti si pe lipsa unei perceptii pentru a trage o concluzie.

1,4	2,4	3,4	4,4	A – Agent Ab – Abis Au – Aur M – Miros OK – Patrat OK V – Vant Viz - Vizitata W – Wumpus
1,3 W!	2,3	3,3	4,3	
1,2 A M OK	2,2 OK	3,2	4,2	
1,1 Viz OK	2,1 V Viz OK	3,1 Ab!	4,1	

Lumea Wumpus si logica propozitionala

- Agentul se afla in situatia din figura alaturata, dar nu stie inca unde este W.
- La fiecare pas, perceptiile agentului se transforma in propozitii.
- Notatii:
 - M₁₂ – in celula (1,2) exista miros
 - V₂₁- in celula (2, 1) exista vant

1,4	2,4	3,4	4,4	A – Agent Ab – Abis Au – Aur M – Miros OK – Patrat OK V – Vant Viz - Vizitata W – Wumpus
1,3 W!	2,3	3,3	4,3	
1,2 A M OK	2,2 OK	3,2	4,2	
1,1 Viz OK	2,1 V Viz OK	3,1 Ab!	4,1	

Lumea Wumpus si logica propozitionala

- Cunostintele adunate pana acum sunt urmatoarele:

- $\neg M_{11}$
- $\neg M_{21}$
- M_{12}
- $\neg V_{11}$
- V_{21}
- $\neg V_{12}$

- In plus, agentul stie ca daca nu simte miros intr-o celula, atunci acea celula si nicio alta celula adiacenta nu contin un wumpus.

1,4	2,4	3,4	4,4	A – Agent Ab – Abis Au – Aur M – Miros OK – Patrat OK V – Vant Viz - Vizitata W – Wumpus
1,3 W!	2,3	3,3	4,3	
1,2 A M OK	2,2 OK	3,2	4,2	
1,1 Viz OK	2,1 V Viz OK	3,1 Ab!	4,1	

Lumea Wumpus si logica propozitionala

- Agentul trebuie sa stie acest lucru pentru fiecare celula din peștera.
- Ne reducem doar la ce a descoperit agentul pana la momentul curent:
- $\neg M_{11} \rightarrow \neg W_{11} \wedge \neg W_{12} \wedge \neg W_{21}$
- $\neg M_{21} \rightarrow \neg W_{11} \wedge \neg W_{21} \wedge \neg W_{22} \wedge \neg W_{31}$
- $M_{12} \rightarrow W_{11} \vee W_{12} \vee W_{22} \vee W_{13}$
- Poate deduce agentul W_{12} ! folosind aceste cunostinte si logica computationala?

1,4	2,4	3,4	4,4	A – Agent Ab – Abis Au – Aur M – Miros OK – Patrat OK V – Vant Viz - Vizitata W – Wumpus
1,3 W!	2,3	3,3	4,3	
1,2 A M OK	2,2 OK	3,2	4,2	
1,1 Viz OK	2,1 V Viz OK	3,1 Ab!	4,1	

Lumea Wumpus si logica propozitionala

- Cunostintele dobandite:
 - $\neg M_{11}$
 - $\neg M_{21}$
 - M_{12}
 - $\neg M_{11} \rightarrow \neg W_{11} \wedge \neg W_{12} \wedge \neg W_{21}$
 - $\neg M_{21} \rightarrow \neg W_{11} \wedge \neg W_{21} \wedge \neg W_{22} \wedge \neg W_{31}$
 - $M_{12} \rightarrow W_{11} \vee W_{12} \vee W_{22} \vee W_{13}$
- Folosind deductia naturala, da, se poate demonstra W_{13} (rezolvarea la tabla).

Lumea Wumpus si logica propozitionala

- **Exc3:** Avand starea din figura alaturata, sa se demonstreze ca abisul se afla la (3,1).

1,4	2,4	3,4	4,4	A – Agent Ab – Abis Au – Aur M – Miros OK – Patrat OK V – Vant Viz - Vizitata W – Wumpus
1,3 W!	2,3	3,3	4,3	
1,2 A M OK	2,2 OK	3,2	4,2	
1,1 Viz OK	2,1 V Viz OK	3,1 Ab!	4,1	

Lumea Wumpus - limite in logica propozitionala

- Logica propozitionala poate fi folosita cu succes pentru inferente care sa ne descopere unde este wumpusul sau un abis.
- Pentru a folosi insa informatia, avem nevoie de reguli care sa ii spuna agentului cum sa se deplaseze.
- Daca wumpusul se afla chiar in fata, cel mai bine ar fi ca agentul sa nu se deplaseze chiar inainte...
 - Acest lucru se poate reprezenta prin o serie de reguli, una pentru fiecare locatie si orientare a agentului.

Lumea Wumpus - limite in logica propozitionala

- Daca agentul se gaseste la (1, 1) cu fata spre est (dreapta se schimba in functie de orientarea agentului), o regula ar fi:
 - $A_{11} \wedge Est_A \wedge W_{21} \rightarrow \neg Inainte$
- Pentru o lume de 4×4 cu (16 patrate si 4 orientari posibile), numai regula care spune sa nu mearga inainte daca este un wumpus in fata ar duce la crearea de $16 \times 4 = 64$ de reguli.
- Luand in calcul multitudinea de reguli care ar trebui adaugate, numai intr-o lume de 4×4 am ajunge la mii de reguli necesare pentru a realiza un agent competent.

Lumea Wumpus - limite in logica propozitionala

- Daca marim dimensiunea lumii, lucrurile se complica exponential.
- Plus ca lumea (pestera) se schimba odata cu trecerea timpului.
 - Nu vrem sa uitam de la un moment la altul ce a fost intr-un patrat, deci vom folosi notatii diferite pentru timpi diferiti:
 - $A^{111} \wedge Est^1_A \wedge W^{121} \rightarrow \neg Inainte^1$
 - $A^{211} \wedge Est^2_A \wedge W^{221} \rightarrow \neg Inainte^2 \dots$
 - Asadar, regulile ar trebui rescrise pentru fiecare moment in timp.

Lumea Wumpus - limite in logica propozitionala

- Daca agentul ar rula pentru 100 de pasi, am avea 6400 de reguli numai pentru a ii spune agentului sa nu mearga inainte daca wumpusul este acolo.
- Asadar, problema este ca logica propozitiilor utilizeaza pentru reprezentare o singura componenta: propozitia.
- In logica de ordinul I se pot reprezenta obiecte si relatii intre obiecte in plus fata de propozitii.
 - Cele 6400 de reguli vor fi reduse numai la 1.