

Laborator 2

Exerciții

1. Facebook¹

Într-un grup sunt N persoane, numerotate de la 1 la N și fiecare are cont pe Facebook. Ele își dau like-uri unul altuia, dar o persoană nu-și poate da like ei însăși. Despre fiecare pereche de persoane i, j se știe câte like-uri a dat persoana i persoanei j .

Să se determine persoana care a primit cele mai multe like-uri.

Date de intrare

Fișierul de intrare `facebook.in` conține pe prima linie numărul N , iar apoi N șiruri cu câte $N-1$ numere naturale. Al i -lea șir reprezintă numărul de like-uri date de persoana i , celorlalte persoane, în ordine.

Date de ieșire

Fișierul de ieșire `facebook.out` va conține pe prima linie numărul K , reprezentând numărul de ordine al persoanei cu număr maxim de like-uri primite.

Restricții

$$1 \leq N \leq 100$$

Dacă sunt mai multe persoane cu număr maxim de like-uri primite, se va afișa cea cu numărul de ordine mai mic.

2. BFS²

Se consideră un graf neorientat cu N vârfuri și M muchii și un vârf X .

Să se afișeze vârfurile vizitate în urma parcurgerii în lățime (*Breadth First Search*) a grafului, pornind din vârful X .

Date de intrare

Fișierul de intrare `bfs.in` conține pe prima linie trei numere naturale N, M, X , având următoarea semnificație: N este numărul de noduri, M este numărul de muchii din graf, iar X este vârful din care se începe parcurgerea. Următoarele M linii conțin câte două numere u, v cu semnificația că există muchie între u și v .

¹ <https://www.pbinfo.ro/probleme/485/facebook>

² <https://www.pbinfo.ro/probleme/19/bfs>

Date de ieșire

Fișierul de ieșire `bfs.out` va conține pe prima linie vârfurile vizitate în urma parcurgerii în lățime a grafului, aceasta începând din vârful x .

Restricții

$$2 \leq N \leq 100, 1 \leq M \leq \frac{N(N-1)}{2}.$$

Graful poate să nu fie conex!

Dacă în timpul parcurgerii, la un moment dat, vârful curent al grafului este y , vecinii nevizitați ai lui y se vor analiza în ordine crescătoare.

3. DMax³

Se consideră un graf neorientat conex cu N vârfuri, numerotate de la 1 la N , și M muchii. Definim distanța minimă între două noduri x și y ca fiind numărul minim de muchii al unui lanț elementar ce unește x cu y .

Să se determine nodul aflat la cea mai mare distanță minimă față de nodul 1.

Date de intrare

Fișierul de intrare `dmax.in` conține pe prima linie două numere N și M , reprezentând numărul de noduri, respectiv numărul de muchii. Fiecare dintre următoarele M linii va conține câte două numere x și y , separate printr-un spațiu, cu semnificația: există o muchie între nodul x și nodul y .

Date de ieșire

Fișierul de ieșire `dmax.out` va conține pe prima linie numărul z , prin care este identificat nodul aflat la cea mai mare distanță minimă față de nodul 1.

Restricții

$$0 < N < 100, 0 < M < 1000$$

Dacă există mai multe noduri aflate la distanța maximă, poate fi ales oricare dintre ele.

4. Epidemie⁴

Într-o țară locuiesc N persoane. Anumite perechi de persoane se cunosc între ele și se cunosc aceste perechi. Relația de cunoaștere între două persoane este reciprocă.

În țară izbucnește o epidemie (nu este mortală, doar foarte contagioasă). Dacă persoana A este bolnavă și cunoaște persoana B , se va îmbolnăvi și aceasta, după o perioadă de incubație a bolii de 1 zi. Inițial sunt bolnave K persoane cunoscute. Se cere să se determine după câte zile sunt bolnave toate cele N persoane.

³ <https://www.pbinfo.ro/probleme/126/dmax>

⁴ <https://www.pbinfo.ro/probleme/549/epidemie>

Date de intrare

Fișierul de intrare **epidemie.in** conține pe prima linie numerele N M , reprezentând numărul persoanelor și numărul perechilor de persoane care se cunosc reciproc. Urmează M linii cu câte două numere i j , cu semnificația: persoanele i și j se cunosc. Pe următoarea linie se află numărul K de persoane infectate inițial, iar pe ultima linie se află K numere distincte cuprinse între 1 și N , reprezentând aceste persoane.

Date de ieșire

Fișierul de ieșire **epidemie.out** va conține pe prima linie numărul Z , reprezentând numărul de zile după care toate cele N persoane sunt infectate.

Restricții

$$1 \leq N \leq 1000, 1 \leq M \leq \frac{N(N-1)}{2}, 1 \leq i, j \leq N, 1 \leq k \leq N.$$

Ziua inițială va fi luată în considerare. Graful asociat acestei populații este conex.

5. Feisbuc⁵

Cuprins de febra socializării on-line, Firicel a creat o nouă rețea de socializare, numită Feisbuc. În timp, între unele perechi de utilizatori ai rețelei s-au stabilit relații de prietenie reciprocă. Pentru a menține și dezvolta rețeaua Feisbuc, Firicel are nevoie de mai mulți bani, pe care s-a gândit să-i obțină din publicitate on-line. În acest sens, el a implementat în cadrul rețelei o mesagerie instantanee care îi permite să trimită un mesaj publicitar oricărui utilizator al rețelei într-o secundă. Din rațiuni de marketing, Firicel nu dorește să trimită el însuși mesaje publicitare tuturor utilizatorilor rețelei și, ca atare, sistemul de mesagerie instantanee creat va trimite, în mod automat, orice mesaj publicitar primit de către un utilizator și tuturor prietenilor acestuia, tot într-o secundă. În plus, în rețeaua Feisbuc, prietenii au fost limitate astfel încât, niciun utilizator să nu primească un mesaj publicitar de mai multe ori (nici simultan, nici în secunde diferite).

Cunoscând perechile de utilizatori între care s-au stabilit relații de prietenie reciprocă, scrieți un program care să determine:

- numărul minim de utilizatori u cărora Firicel trebuie să le transmită un mesaj publicitar astfel încât respectivul mesaj să fie primit de toți utilizatorii rețelei Feisbuc;
- timpul minim t în care toți utilizatorii rețelei Feisbuc primesc mesajul publicitar trimis de Firicel.

Date de intrare

Fișierul de intrare **feisbuc.in** conține pe prima linie două numere naturale nenule N și M , primul reprezentând numărul utilizatorilor rețelei Feisbuc, identificați prin numere naturale cuprinse între 1 și N , iar cel de-al doilea reprezentând numărul perechilor de utilizatori ai rețelei între care s-au stabilit relații de prietenie reciprocă. Pe următoarele M linii din fișier sunt scrise perechi de numere naturale de forma X Y , indicând faptul că utilizatorii X și Y sunt prieteni.

⁵ <http://varena.ro/problema/feisbuc>

Date de ieșire

Pe prima linie a fișierului de ieșire `feisbuc.out` se vor scrie cele două numere naturale u și t cerute, despărțite printr-un spațiu.

Restricții

$$1 \leq N \leq 5000, 1 \leq M \leq 1.000.000, 1 \leq X < Y \leq N.$$

Perechile $X \ Y$ sunt distincte și respectă restricțiile de prietenie impuse de rețea.

6. Facebook 2⁶

Ionuț tocmai a terminat liceul și susține examenul de admitere la facultate. Știind că s-a pregătit foarte bine pentru examen, el dorește să își anunțe reușita după examen printr-o postare pe Facebook.

Ionuț cunoaște N utilizatori reprezentați de numerele de la 1 la N , între care există M relații de prietenie de forma $i \ j$, unde i și j sunt utilizatori, iar N și M sunt numere naturale nenule. Un utilizator nu poate fi prieten cu el însuși, iar o relație de prietenie între doi utilizatori ne spune că fiecare dintre ei este prieten cu celălalt.

Întrucât dorește ca postarea lui să fie cât mai răspândită, Ionuț vrea să afle care sunt utilizatorii cei mai bine conectați din mulțimea sa de cunoscuți, pentru ca eventual să le ceară prietenia. Pentru aceasta, Ionuț trebuie să găsească cea mai mare submulțime de utilizatori cunoscuți, în care fiecare utilizator din această submulțime are cel puțin k prieteni aflați la rândul lor în submulțime, unde k este un număr natural nenul.

Să se determine și să se afișeze, printr-o soluție de complexitate timp cât mai bună, în funcție de datele de intrare, membrii celei mai mari submulțimi de utilizatori, cu proprietatea că fiecare utilizator din această submulțime are cel puțin k prieteni aflați la rândul lor în submulțime.

Date de intrare

Fișierul de intrare `fb_fmi.in` conține pe prima linie numerele N , M și k , separate prin spațiu, iar pe a doua linie $2 \times m$ numere naturale cuprinse între 1 și N , separate prin spațiu, reprezentând în ordine cele M relații de prietenie între cei N utilizatori.

Date de ieșire

Fișierul de ieșire `fb_fmi.out` va conține pe prima linie numărul natural Q ce reprezintă numărul maxim de membri ai submulțimii de utilizatori care au cel puțin k prieteni, aflați la rândul lor în submulțime.

Pe următoarea linie, în ordine crescătoare, sunt enumerați utilizatorii submulțimii. În cazul în care nu există o astfel de submulțime pentru k dat, în fișier se va scrie valoarea 0.

Restricții

$$2 \leq N \leq 1.000$$

⁶ <https://www.pbinfo.ro/probleme/2155/facebook-fmi>

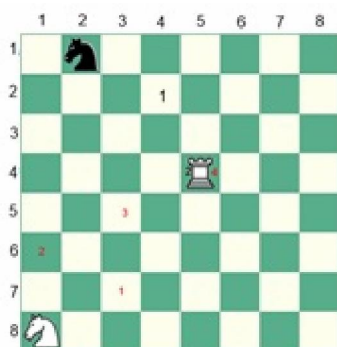
7. Camelot⁷

Regele Arthur – Inimă de Leu, vrea să adune la castel toți cavalerii Mesei Rotunde pentru a hotărî împreună soarta regatului. Dar cavalerii nu se află toți în Camelot și durează un timp până vor ajunge la castel din pădurea care înconjoară castelul.

Harta pădurii are forma unei matrici, cu M linii și N coloane. Pentru fiecare cavaler care nu este în Camelot se cunosc coordonatele x y , reprezentând linia și coloana din matrice în care se află inițial cavalerul. Toți cavalerii pornesc simultan spre castel, iar fiecare cavaler se deplasează după regula de deplasare a calului de la jocul de șah.

Cunoscând dimensiunile $M \times N$ ale matricii, coordonatele castelului și cele ale cavalerilor, se cere să se determine:

1. numărul minim de mutări după care va ajunge la castel unul dintre cavaleri.
2. numărul minim de mutări după care toți cavalerii se vor afla la castel.



De exemplu, în imaginea de mai sus este reprezentată harta sub forma unei matrici de tip 8×8 , iar castelul are coordonatele 4 5 (linia 4 și coloana 5), primul cavaler se află inițial în punctul de coordonate 1 2 iar cel de al doilea în punctul 8 1. Primul cavaler va ajunge la castel din minim 2 deplasări, iar al doilea după minim 4 mutări Pentru prima întrebare răspunsul este 2, iar pentru a doua întrebare răspunsul este 4.

Date de intrare

Fișierul de intrare **camelot.in** conține pe prima linie numărul p , pentru toate testele de intrare numărul p putând avea doar valoarea 1 sau valoarea 2.

Pe cea de a doua linie sunt scrise numerele naturale M N k , separate prin câte un spațiu, iar pe a treia linie se află coordonatele x_c y_c ale castelului. Pe următoarele k linii se află k perechi de numere întregi $x[i]$ $y[i]$ ($1 \leq i \leq k$), separate prin câte un spațiu, reprezentând coordonatele cavalerilor.

Date de ieșire

Fișierul de ieșire **camelot.out** va conține pe prima linie:

- pentru $p=1$, pe prima linie se va scrie numărul minim de mutări după care va ajunge unul din cavaleri

⁷ <https://www.pbinfo.ro/probleme/2041/camelot>

- pentru $p=2$, pe prima linie se va scrie numărul minim de mutări după care vor ajunge toți cavalerii

Restricții

$5 \leq M, N \leq 1.000$, $1 \leq k \leq 1.000$, $1 \leq x[i], xc \leq M$, $1 \leq y[i], yc \leq N$, pentru orice $1 \leq i \leq k$.

Eventualele intersecții ale drumurilor cavalerilor nu influențează rezultatele.

Pentru datele de test se garantează existența unei soluții.

8. Lanț maxim⁸

Se dă lista muchiilor unui graf neorientat cu N vârfuri și două vârfuri p și q . Să se determine cel mai lung lanț elementar cu extremitățile p și q .

Date de intrare

Fișierul de intrare `lantmaxim.in` conține pe prima linie numerele N și M , reprezentând numărul de vârfuri ale grafului și numărul de muchii date în continuare. Fiecare dintre următoarele M linii conține câte o pereche de numere i și j , cu semnificația că există muchie între i și j .

Următoarea linie conține două numere p și q .

Date de ieșire

Fișierul de ieșire `lantmaxim.out` va conține cel mai lung lanț elementar cu extremitățile p și q , vârfurile sale fiind separate prin exact un spațiu. Dacă sunt mai multe lanțuri de lungime maximă, se va afișa primul în ordine lexicografică.

Restricții

$1 \leq N \leq 20$, $1 \leq i, j \leq N$, $1 \leq p, q \leq N$.

Muchiile se pot repeta în fișierul de intrare. Pentru toate datele de test, va exista cel puțin un lanț cu extremitățile p și q .

9. Graf parțial 1⁹

Se dă lista muchiilor unui graf neorientat cu N vârfuri, etichetate de la 1 la N . Din acest graf se elimină toate muchiile cu o extremitate de grad maxim și cealaltă extremitate de grad minim. Să se determine numărul de muchii eliminate și să se afișeze matricea de adiacență a grafului parțial obținut.

Date de intrare

Fișierul de intrare `graf_partial_1.in` conține pe prima linie numărul N , reprezentând numărul de vârfuri ale grafului. Fiecare dintre următoarele linii conține câte o pereche de numere i și j , cu semnificația că există muchie între i și j .

⁸ <https://www.pbinfo.ro/probleme/479/lantmaxim>

⁹ <https://www.pbinfo.ro/probleme/421/graf-partial-1>

Date de ieșire

Fișierul de ieșire `graf_partial_1.out` va conține pe prime linie numărul de muchii eliminate, iar pe următoarele linii matricea de adiacență a grafului parțial obținut, câte o linie a matricei pe o linie a fișierului, elementele de pe fiecare linie fiind separate prin exact un spațiu.

Restricții

$$1 \leq N \leq 100, 1 \leq i, j \leq N.$$

Muchiile se pot repeta în fișierul de intrare.