

Laborator 9

Exerciții

1. Tare conexitate¹

Se dă un graf orientat cu N noduri. Să se determine câte componente tare conexe are graful dat.

Date de intrare

Programul citește de la tastatură numărul N de noduri și numărul M de arce, iar apoi lista arcelor, formată din m perechi de forma $i \ j$, cu semnificația că există arc orientat de la nodul i la nodul j .

Date de ieșire

Programul va afișa pe ecran numărul C de componente tare conexe.

Restricții

$$1 \leq N \leq 100.$$

2. Anunt²

Într-o clasă sunt n elevi, numerotați de la 1 la N , iar unii dintre ei pot cunoaște numerele de telefon ale altor elevi. Dirigintele dorește să-i anunțe pe elevi despre un eveniment deosebit și pentru aceasta vrea să transmită informația unui singur elev din clasă, urmând ca acesta să-și anunțe colegii cărora le cunoaște numărul de telefon, aceștia să-și anunțe colegii cărora le cunosc numărul de telefon etc., astfel încât toți elevii să afle informația respectivă.

Determinați care sunt elevii din clasă care pot fi anunțați inițial astfel încât, toți elevii să fie în cele din urmă informați.

Date de intrare

Programul citește de la tastatură numărul N de elevi și numărul M perechi de elevi, iar apoi lista de M perechi de elevi $i \ j$, cu semnificația că elevul i cunoaște numărul de telefon al elevului j .

Date de ieșire

Programul va afișa pe ecran în ordine crescătoare, separate prin exact un spațiu, numerele de ordine ale elevilor care pot fi contactați de diriginte astfel încât în final toți elevii să fie informați.

¹ <https://www.pbinfo.ro/probleme/583/tare-conexitate>

² <https://www.pbinfo.ro/probleme/584/anunt>

Restricții

$$1 \leq N \leq 100.$$

Pentru toate datele de test va exista cel puțin un elev care poate fi ales de diriginte.

3. Porumbei³

Într-un regat medieval sunt N castele care comunică între ele prin intermediul porumbeilor voiajori. Fiecare porumbel are un castel „casă” și, odată lăsat liber de la alt castel, nu știe decât să zboare acasă (porumbeii sunt aduși înapoi manual). Diverse perechi de castele au stabilit astfel de rute unidirecționale. Un castel C_0 poate trimite mesaje către un castel C_k (unde $k > 0$) dacă există un șir de castele $C_1, C_2, \dots, C_{k-1}$ astfel încât pentru fiecare pereche (C_i, C_{i+1}) să existe o rută de porumbei ($0 \leq i < k$).

Regele dorește ca regatul lui să fie mobilizat în orice clipă împotriva unei eventuale agresiuni. El se declară mulțumit dacă, pentru orice pereche de castele A și B , A poate trimite mesaje către B sau B către A (sau ambele). Cunoscând numărul de castele și rutele de porumbei, ajutați-l pe rege să decidă dacă regatul este mobilizat.

Date de intrare

Fișierul de intrare `porumbei.in` conține pe prima linie două numere N M , despărțite printr-un spațiu. N este numărul de castele, iar M este numărul de rute. Pe următoarele M linii se află câte o pereche de numere distincte x y cu semnificația că există o rută unidirecțională de porumbei de la castelul x la castelul y .

Date de ieșire

În fișierul de ieșire `porumbei.out` se va tipări un singur mesaj, `DA` sau `NU`, după cum regatul este mobilizat sau nu.

Restricții

$$1 \leq N \leq 100.000, 1 \leq M \leq 300.000$$

Castelele sunt numerotate de la 1 la N .

Toate rutele sunt distincte.

4. Matroid⁴

Grădina zoologică din satul *Matroid* a rămas fără bani. Directorul grădinii, pentru a face economie la hrană, s-a gândit să hrănească unele animale cu altele, până când în final rămâne cu un singur animal supraviețuitor. El primește o listă cu dieta animalelor și știe dacă un animal poate sau nu să mănânce alt animal. Ajutați-l pe director să afle care dintre animale ar putea fi supraviețuitorul final.

Grădina zoologică are N animale distincte. Directorul nu se pricepe la taxonomie, așa încât nu operează cu numele animalelor, ci cu numerele lor de ordine, cuprinse între 1 și N .

³ <http://varena.ro/problema/porumbei>

⁴ <http://varena.ro/problema/matroid>

Date de intrare

Fișierul de intrare `matroid.in` conține pe prima linie două numere N și M , unde N este numărul de animale, iar M este lungimea listei de informații despre dietă. Pe următoarele M linii se află câte o pereche de numere x și y , cu semnificația că animalul x se poate hrăni cu animalul y .

Date de ieșire

În fișierul de ieșire `matroid.out` se va scrie, pe prima linie, numărul de animale care ar putea fi supraviețuitorul final. Pe următoarele linii se vor scrie numerele acestor animale, în ordine crescătoare, câte unul pe linie.

Restricții

$$1 \leq N \leq 100.000, 1 \leq M \leq 300.000.$$

5. Nuclee⁵

La cursul de comunicare organizat în vacanță, au participat N persoane, numerotate cu numere de ordine de la 1 la N . Fiecare persoană are la curs mai mulți prieteni apropiați, cărora le comunică orice informație imediat cum a aflat-o. Relațiile de comunicare nu sunt bidirecționale, cu alte cuvinte dacă persoana A îi transmite imediat informații persoanei B , nu este obligatoriu ca și persoana B să transmită imediat informațiile pe care le primește persoanei A .

Profesorul studiază relațiile dintre participanții la curs. El definește un nucleu de comunicare ca fiind un grup cu număr maxim de cursanți cu proprietatea că oricare ar fi A și B doi cursanți din grup, dacă A primește o informație, aceasta va ajunge și la cursantul B (direct sau prin intermediul altor cursanți din grup).

Profesorul dorește să determine numărul de nucleee de comunicare existente la cursul său.

Cunoscând N , numărul de cursanți, precum și prietenii fiecărui cursant, scrieți un program care să determine numărul de nucleee de comunicare existente.

Date de intrare

Fișierul de intrare `nuclee.in` conține pe prima linie un număr natural N , reprezentând numărul de cursanți. Următoarele N linii conțin informații despre prietenii cursanților. Astfel, pe linia $i+1$ din fișier se află numerele naturale k și $p_1 p_2 \dots p_k$, separate prin câte un spațiu, unde k reprezintă numărul de prieteni ai persoanei i , iar $p_1 p_2 \dots p_k$ reprezintă prietenii persoanei i .

Date de ieșire

Fișierul de ieșire `nuclee.out` va conține o singură linie pe care va fi scris un singur număr natural reprezentând numărul de nucleee de comunicare existente.

Restricții

$$1 < N < 201$$

Pot exista persoane care nu au prieteni apropiați.

O persoană poate face parte dintr-un singur nucleu.

⁵ <https://www.pbinfo.ro/probleme/1500/nuclee>

Un nucleu poate fi format dintr-o singură persoană.

6. Anarhie⁶

În imperiul maleficului Costel s-a instaurat anarhia. În imperiu sunt N orașe, numerotate de la 1 la N , unite prin M șosele unidirecționale, fiecare șosea fiind controlată de o bandă afiliată la unul dintre cele k syndicate banditești existente în imperiu, numerotate de la 1 la k . Pentru a călători pe șoselele din imperiu, orice călător trebuie să plătească taxe sindicatelor: plata taxei către un anumit sindicat îi permite călătorului să folosească nelimitat orice șosea controlată de o bandă afiliată acelui sindicat. Pentru toate syndicatele se plătește aceeași taxă.

Călătorul Gigel trebuie să ajungă din orașul p în orașul q . Determinați numărul minim de syndicate banditești cărora Gigel trebuie să le plătească taxe, pentru a putea realiza călătoria dorită.

Date de intrare

Fișierul de intrare `anarhie.in` conține pe prima linie numerele N M k . A doua linie conține numerele p q . Fiecare dintre următoarele M linii conține un triplet i j s , cu semnificația: între orașul i și orașul j există o șosea unidirecțională controlată de o bandă afiliată sindicatului s .

Date de ieșire

Fișierul de ieșire `anarhie.out` va conține pe prima linie numărul Z , reprezentând numărul minim de syndicate cărora trebuie plătită taxă pentru călătoria din orașul p în orașul q .

Restricții

$$1 \leq N \leq 100, 1 \leq M \leq N * (N - 1), 1 \leq k \leq 10, 1 \leq p, q \leq N, p \neq q$$

$$1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N, 1 \leq s \leq k, i \neq j.$$

7. Complet⁷

Să se determine câte grafuri orientate complete cu N noduri există.

Date de intrare

Programul citește de la tastatură numărul N .

Date de ieșire

Programul va afișa pe ecran numărul C , reprezentând valoarea cerută.

Restricții

$$2 \leq N \leq 100$$

Numărul de grafuri poate fi destul de mare.

⁶ <https://www.pbinfo.ro/probleme/595/anarhie>

⁷ <https://www.pbinfo.ro/probleme/574/complet>

8. Graf⁸

Se dă lista muchiilor unui graf neorientat ponderat. Să se determine vârful pentru care media aritmetică a ponderilor muchiilor incidente este minimă. Dacă există mai multe vârfuri cu aceeași medie minimă, se va afișa vârful numerotat cu o valoare mai mică.

Date de intrare

Programul citește de la tastatură numerele N și M , reprezentând numărul de vârfuri și numărul de muchii din graf, apoi M triplete i j p , reprezentând muchiile, date prin extremități și pondere.

Date de ieșire

Programul va afișa pe ecran numărul $v \in \mathbb{F}$, reprezentând vârful determinat.

Restricții

$$1 \leq N \leq 100$$

Ponderile muchiilor sunt numere naturale nenule mai mici decât 1000.

9. Gasti⁹

În orașul Nicăieri există N băieți răi. Se știe că între ei există M relații de prietenie. De-a lungul timpului, aceste prietenii au dus la apariția unor “găști”. Dacă doi băieți nu sunt prieteni dar au cel puțin un prieten comun spunem că “*se cunosc*”. Dacă doi băieți au cel puțin o cunoștință comună, atunci și ei se cunosc. O gașcă este un grup de băieți cu proprietatea că oricare ar fi doi băieți x și y din grup, aceștia “*se cunosc*”.

Arpsod, știe exact cine este prieten cu cine și, fiind singurul băiat bun din oraș, și-a pus următoarele întrebări:

1. Câte găști există în oraș.
2. Dacă ar mai exista O SINGURĂ relație de prietenie pe lângă cele date, în câte moduri ar putea apărea aceasta, astfel încât să se obțină o gașcă cu număr maxim de membri. Pentru că numărul de moduri poate fi foarte mare, Arpsod se mulțumește cu restul împărțirii rezultatului la 666013.

Pentru că e prea ocupat să se baricadeze în casă de frica băieților răi, Arpsod vă roagă pe voi să aflați cele două răspunsuri

Date de intrare

Pe prima linie a fișierului **gasti.in** se vor afla două numere naturale N și M reprezentând numărul de băieți răi, respectiv numărul de relații de prietenie. Următoarele M linii vor conține câte două numere naturale x și y cu semnificația că există o relație de prietenie între băiatul x și băiatul y .

⁸ <https://www.pbinfo.ro/probleme/1651/graf>

⁹ <https://www.pbinfo.ro/probleme/1462/gasti>

Date de ieșire

Pe singura linie a fișierului **gasti.out** se vor afișa două numere separate prin spațiu, primul reprezentând răspunsul pentru prima cerință iar cel de-al doilea pentru a doua cerință.

Restricții

$$1 \leq N \leq 100.000, \quad 0 \leq M \leq 300.000$$

Dacă x este prieten cu y atunci și y este prieten cu x .

Toate relațiile de prietenie sunt unice.

La numărarea modurilor de adăugare a unei prietenii, prietenia $x \ y$ și prietenia $y \ x$ coincid.

Fișierul de ieșire **TREBUIE** să conțină **DOUĂ** valori chiar dacă doriți să rezolvați o singură cerință din cele două.

10. Pacman¹⁰

Pacman s-a apucat să învețe *Excel(sior)*, un program open-source de calcul tabelar, similar (ca denumire și funcționalitate) cu un alt program de calcul tabelar implementat de o corporație malefică cu numele de *M...*

Dar pe *Pacman* nu-l preocupă aceste lucruri. El s-a apucat să completeze primele N celule ale primei coloane. O celulă poate fi completată fie cu o valoare (un număr întreg), fie cu o sumă de alte celule completate.

După ce a completat toate celulele, *Pacman* se întreabă care va fi valoarea celulei de pe linia L .

Dându-se N , conținutul celor N celule și L , să se calculeze valoarea celulei de pe linia L .

Date de intrare

Fișierul de intrare **pacman.in** va conține:

- pe prima linie un număr natural N , reprezentând numărul de celule completate;
- pe următoarele N linii vor fi descrise cele N celule astfel:
 - caracterul 'N', urmat de întregul val : pentru o celulă care conține un număr întreg val ;
 - caracterul 'S', urmat de întregii $K \ l_1 \ l_2 \ \dots \ l_K$: pentru o celulă care conține o sumă de K alte celule aflate pe liniile $l_1, l_2, \dots, l_K$;
- pe ultima linie un număr natural L , reprezentând linia celulei de interes pentru *Pacman*.

Date de ieșire

În fișierul de ieșire **pacman.out** se va găsi valoarea celulei de pe linia L .

Restricții

$$1 \leq L \leq N \leq 100.000, \quad 1 \leq K \leq 10, \text{ pentru toate celulele care conțin o sumă.}$$

¹⁰ <http://varena.ro/problema/Pacman>

Algoritmica grafurilor

$$1 \leq l_1, l_2, \dots, l_k \leq N$$

$1 \leq val \leq 100.000.000$, pentru orice valoare a unei celule - fie dată direct de Pacman, fie obținută ca sumă.

Pentru o celulă completată cu o sumă, valorile sale $l_1, l_2, \dots, l_K$ nu sunt neapărat distincte două câte două. Altfel spus, într-o sumă termenii se pot repeta.

O celulă nu depinde de ea însăși direct sau indirect. Altfel spus, orice celulă poate fi calculată pe baza valorilor altor celule calculate anterior.